

配對交易以交易量偵測 結構性改變

指導教授: 戴天時 教授

研究生: 郭宏聖

目錄

1. 策略&問題簡介

- ① 配對交易
- ② 問題1:刪除開盤不穩定期間做共整合估計是否優於不刪除?
- ③ 問題2:刪除Frobenius範數跳點配對是否優化策略績效?

2. 研究方法

- ① Cumsum搭配最大概似法偵測結構性改變點
- ② Frobenius範數篩選法

3. 實驗結果

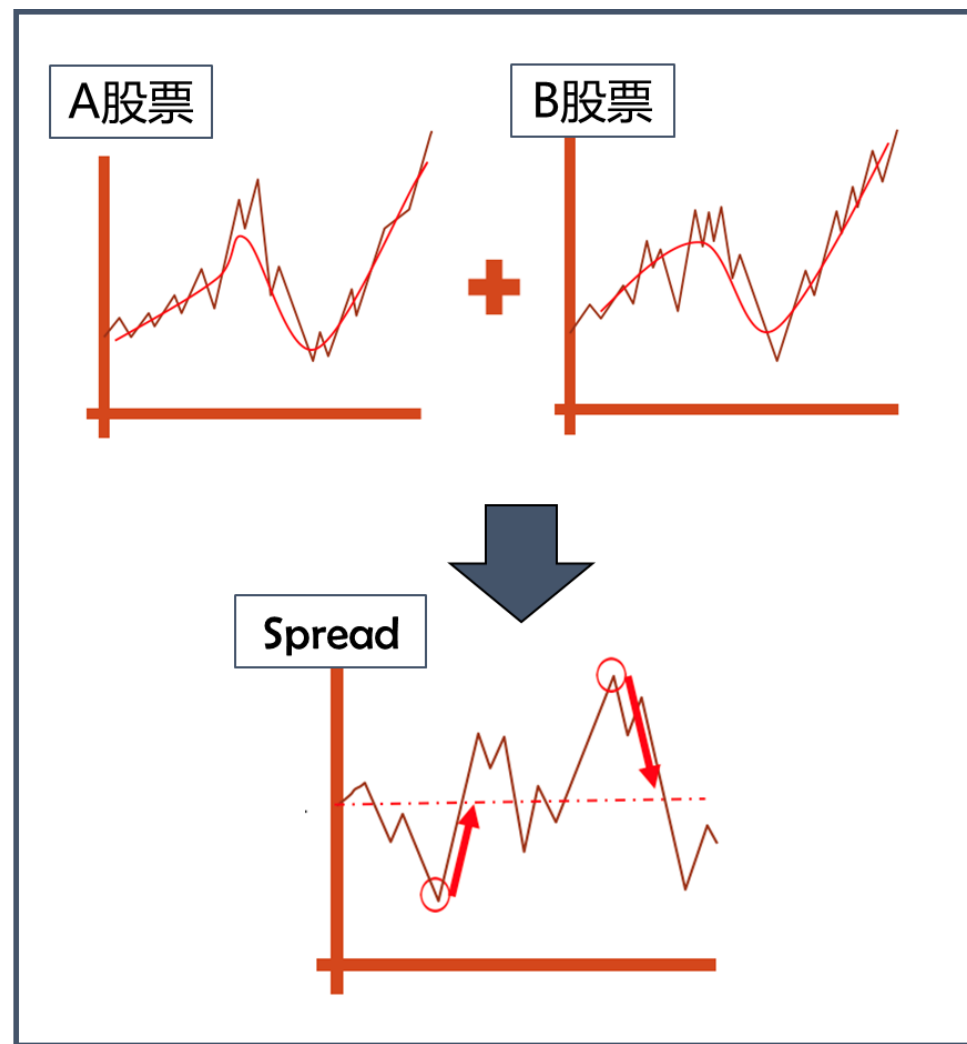
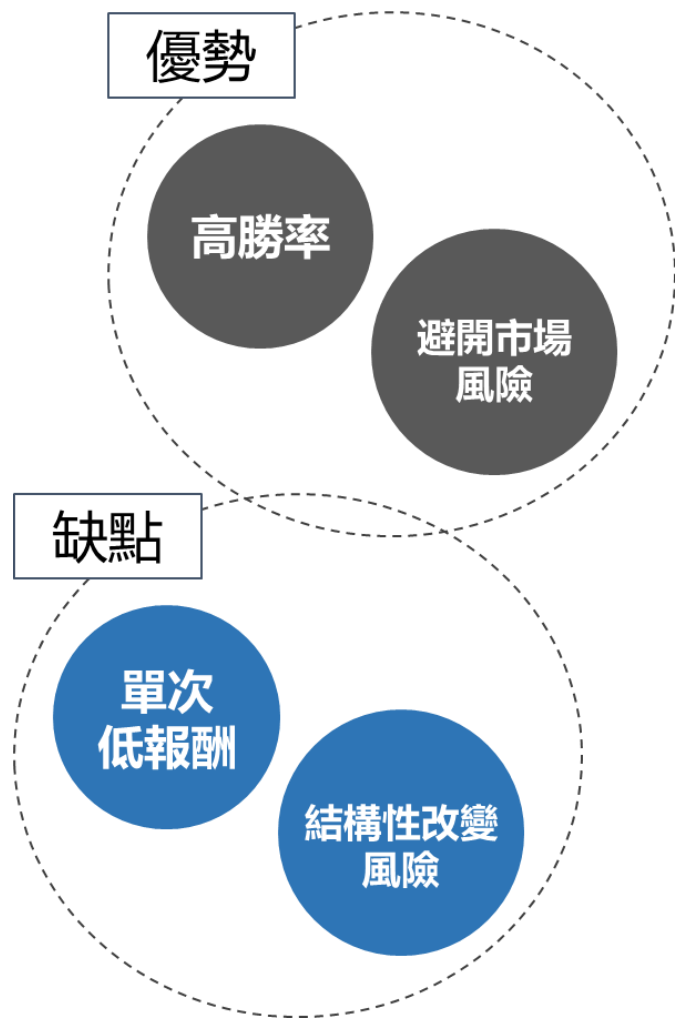
- ① 指標定義
- ② 有/無刪除早盤資料比較
- ③ 固/動刪除早盤不穩定資料比較
- ④ Frobenius範數篩選法比較
- ⑤ Barnett篩選法

4. 其他文獻比較

5. 結論

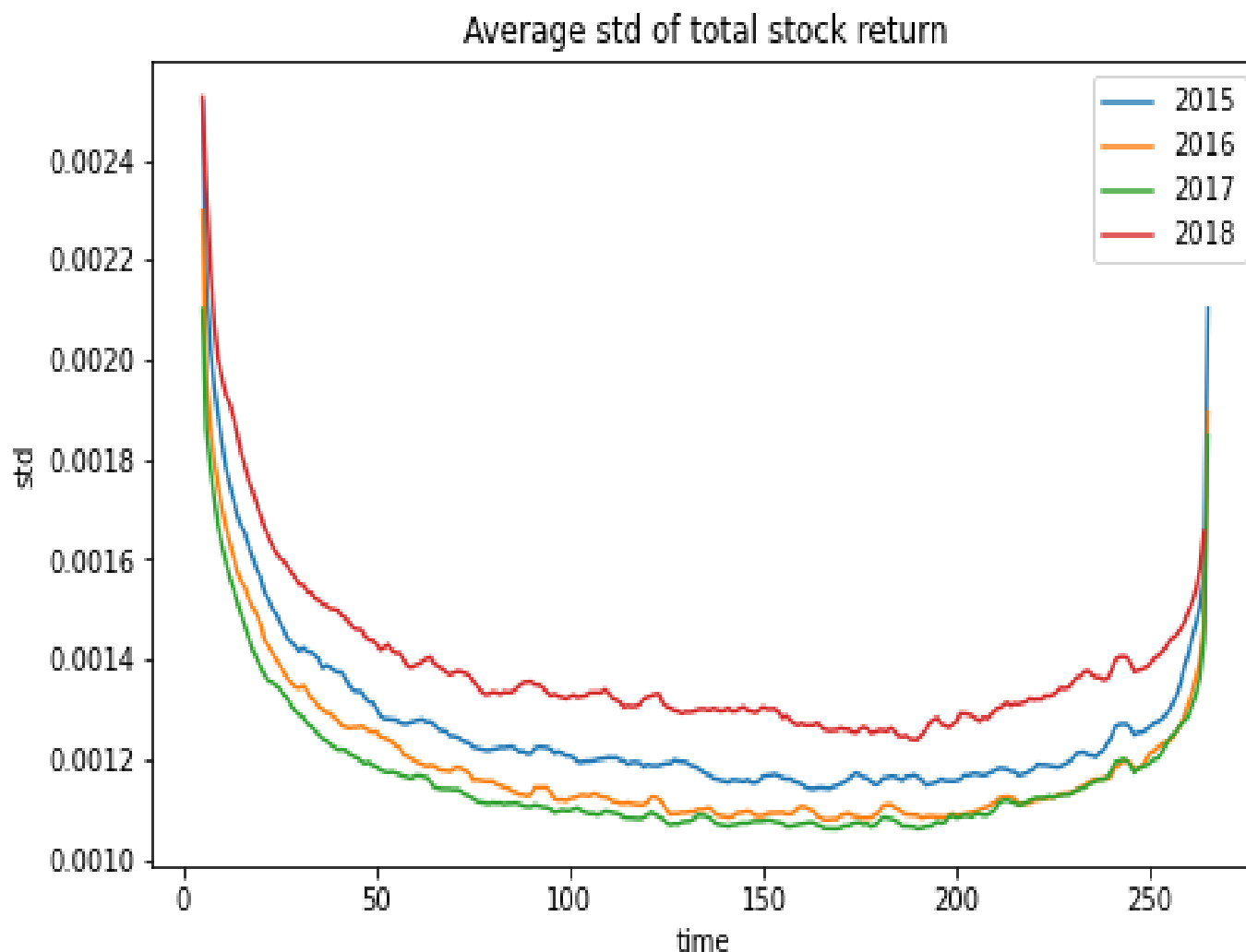
1. 策略&問題簡介

配對交易(Pair Trading)



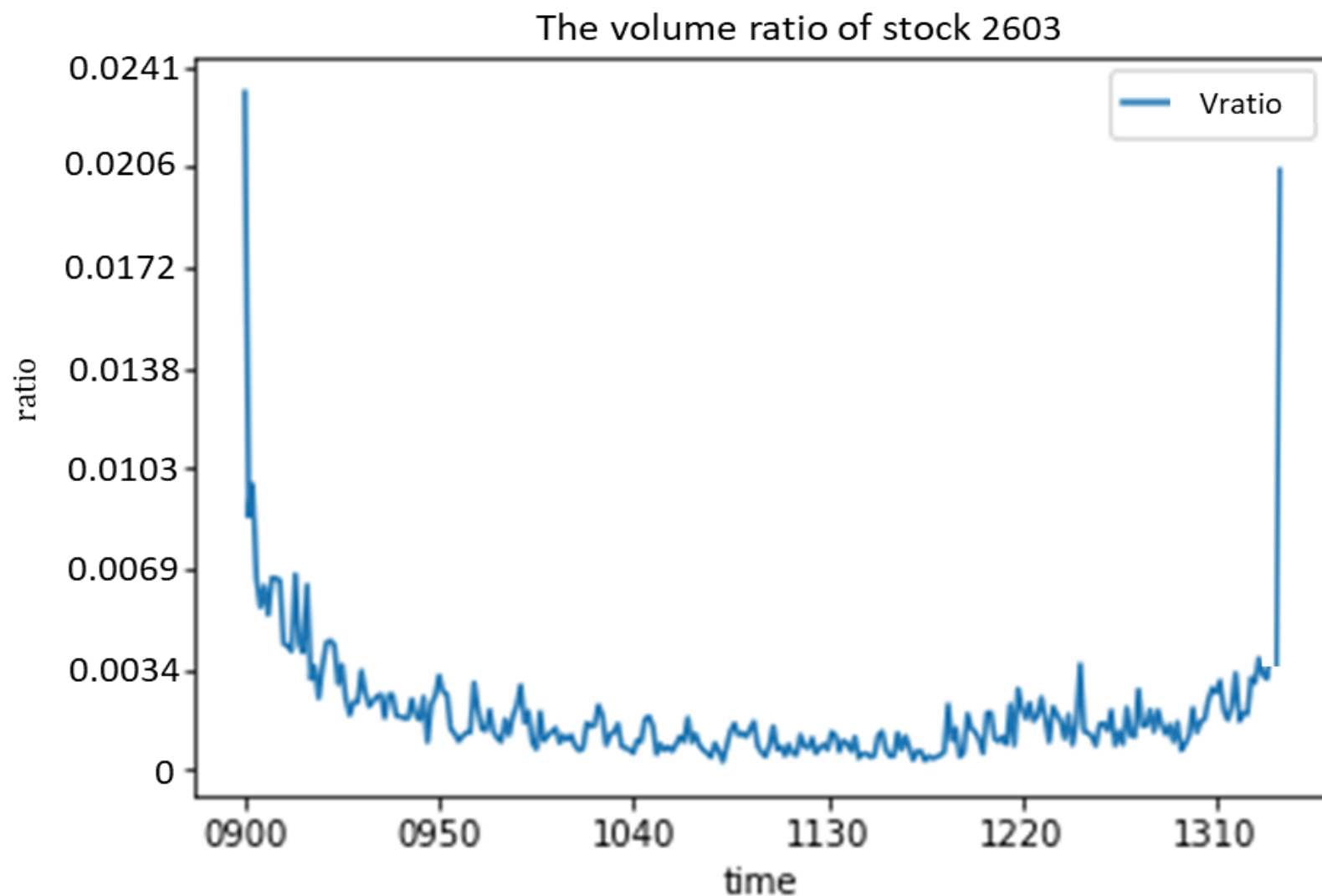
平均報酬波動度呈現U型

- ✓ 集合競價本身會增加報酬波動度 (Amihud and Mendelson 1987)
- ✓ 開盤報酬波動度始終大於收盤報酬波動度。
- ✓ 開盤波動度較收盤波動度大可能是因為前一夜累積的大量未處理訊息所導致，而不是集合競價導致。
- ✓ 開盤時的高波動度會阻礙交易並使投資者的報酬更加不確定，因此導致小型流動性提供者偏好在開盤後一段時間才進行交易。



交易量比率呈現U型

與報酬波動度
呈現一致的型態，間接表明
了報酬波動度
越大往往交易
量越大



問題1簡介

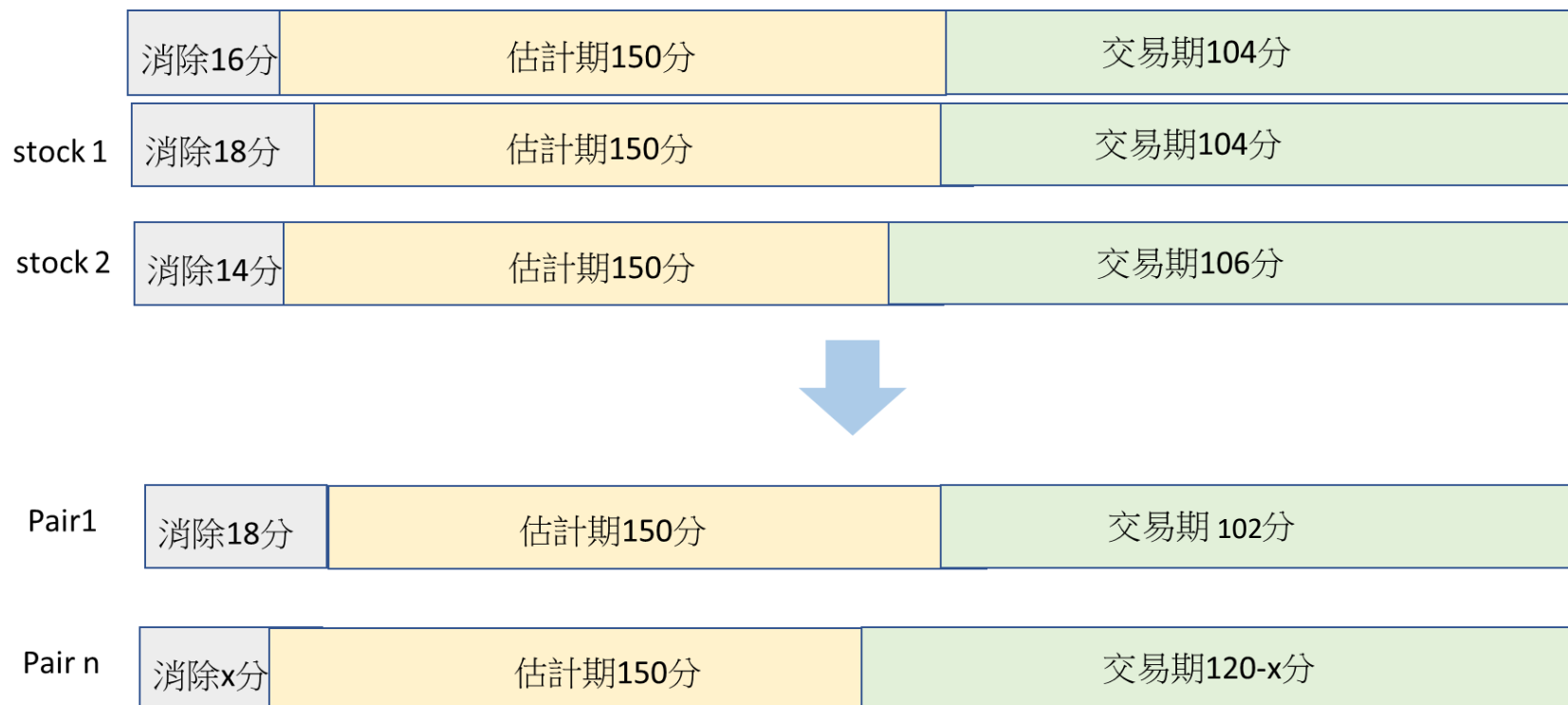
- 刪除開盤不穩定期間做共整合估計是否優於不刪除？
- 以交易量判斷結構性改變點，再刪除發生結構性改變前資料，並重新估計共整合係數

2021(張欣樺) 論文設定

除去前 16 分鐘

估計期150分
交易期104分

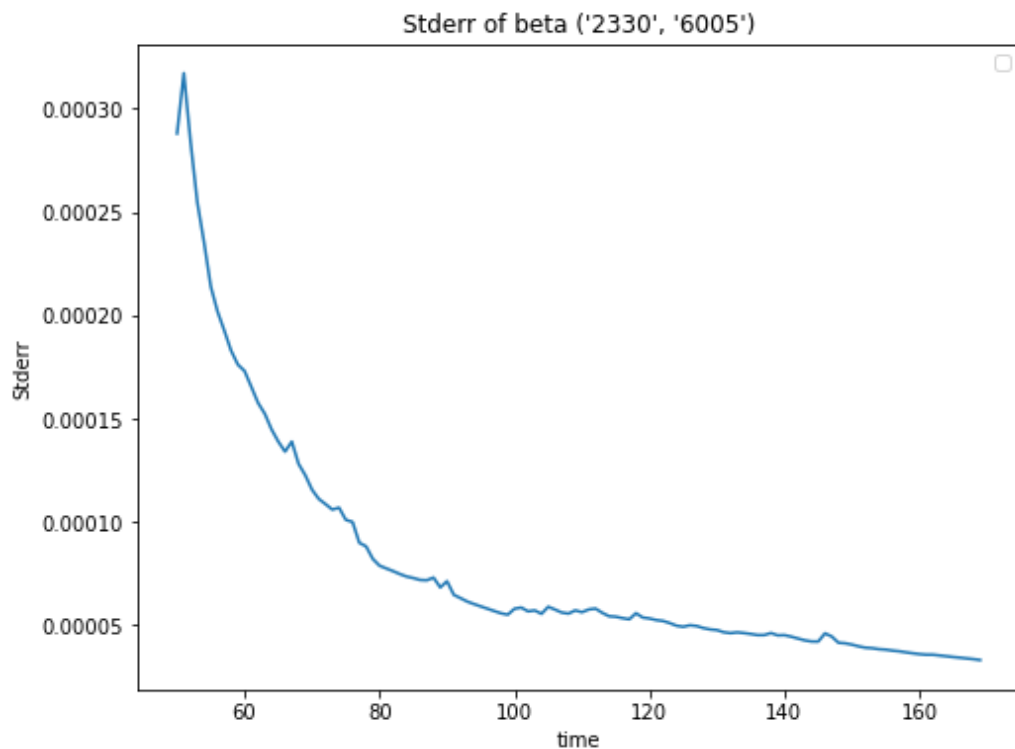
欲改變設定



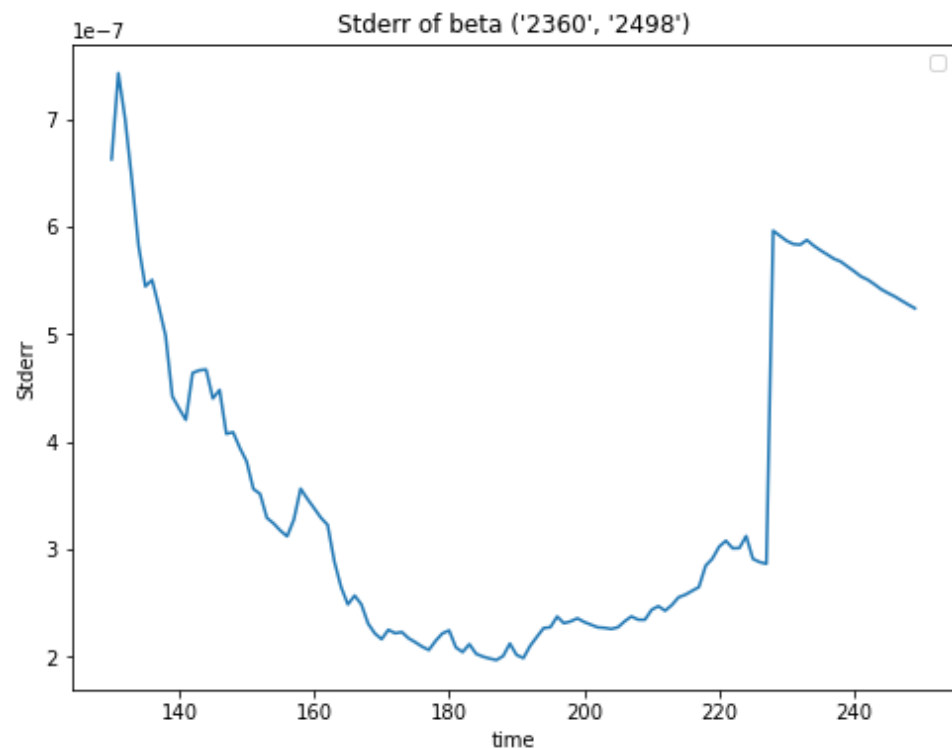
問題2簡介

- 共整合期間也有可能發生結構性改變
- Barnett et al.(2016)提出由 Frobenius 範數測量來檢測變化點
- 刪除Frobenius範數跳點配對是否優化策略績效?

估計期間未發生結構性改變



估計期間發生結構性改變



2. 研究方法

2.研究方法

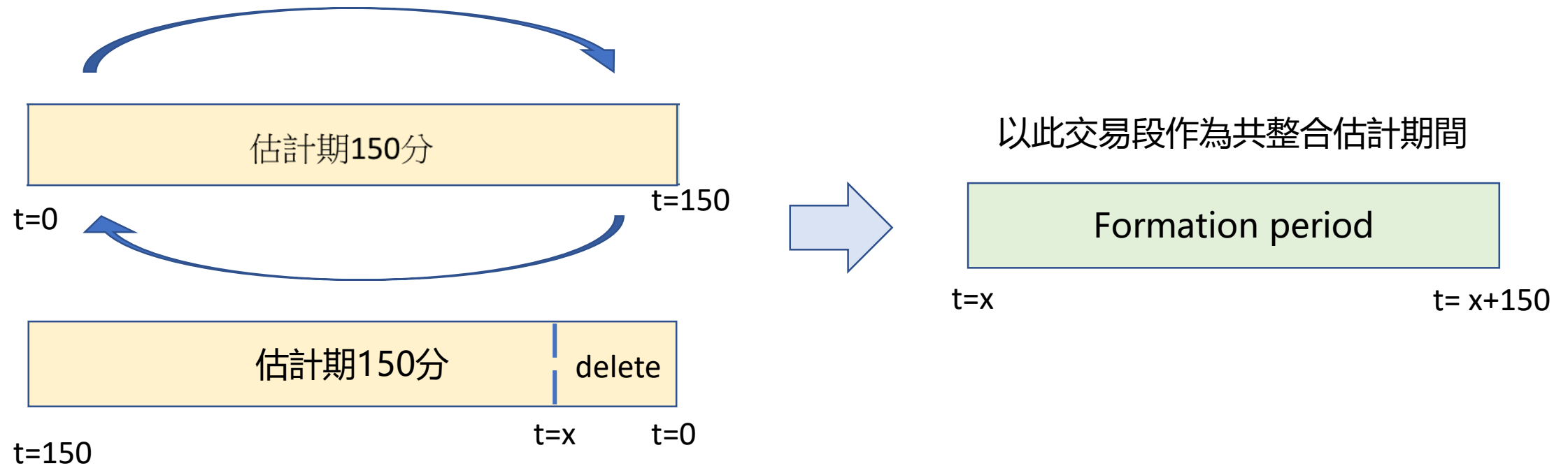
01

Cumsum搭配最大
概似法偵測結構性
改變點

02

Cumsum搭配最大概似法偵測結構性改變點

通常用於品質管控，當監測到change point就會選擇，暫停生產，我們要把此方法用在交易上如果找到change point 即停止交易，似乎不合邏輯，因此我們將採用一段時間作估計並把估計期間的數值整個顛倒過來，如此一來當我們找到change point 我們就把此交易時間段刪除，以作為我們預刪除的早盤時間段



Cumsum搭配最大概似法偵測結構性改變點

Cumsum

$$TAV = \sum \frac{V_d}{20}, d = 1, 2, \dots, 20$$

$$\sigma_V = \sum \left(\frac{V_d - TAV}{20} \right)^2, d = 1, 2, \dots, 20$$

$$TAVR = \frac{TAV}{265}$$

$$\sigma_{TAVR} = \frac{\sigma_V}{\sqrt{265}}$$

$$UCL = TAVR + Z_\alpha \times \sigma_{TAVR}$$

$$Vratio_t = \frac{v_t}{TAV}, t = 1, 2, 3, \dots, 265$$

V : 每日總交易量

d : 交易天數

Z_α : α 百分位的標準分數, α 為0.95

v_t : 每分鐘累積交易量

t : 交易分鐘

首先, 計算前20個交易日的平均交易量TAV以及交易量波動度 σ_V 。

並假設每一分鐘互相獨立同分配以此計算出平均交易量比率TAVR和交易量比率波動度 σ_{TAVR} , 以此得到UCL。

接著比對個別時間點的交易量比率以此找出Cumsum 初步判斷的改變點 $\hat{t}$ 。

Cumsum搭配最大概似法偵測結構性改變點

Cumsum

$$L(\tau, p_1 | \hat{T}) = \frac{p_0^\tau (1 - p_0)^{(150 - \hat{T}) - \tau}}{p_1^\tau (1 - p_1)^{(150 - \hat{T}) - \tau}}$$

Casella, G, and Berger, R. L. (1990)

$$\begin{aligned} & \log L(\tau, p_1 | \hat{T}) \\ &= \tau \log p_0 + ((150 - \hat{T}) - \tau) \log(1 - p_0) \\ & \quad - \tau \log p_1 - ((150 - \hat{T}) - \tau) \log(1 - p_1) \end{aligned}$$

$$= \log\left(\frac{p_0}{p_1}\right) \times \tau + \log\left(\frac{1 - p_0}{1 - p_1}\right) \times ((150 - \hat{T}) - \tau)$$

$$\hat{\tau} = \operatorname{argmax}\{L(\tau) | t = \hat{T}, \hat{T} + 1, \hat{T} + 2, \dots, 150\}$$

$$\text{其中, } p_0 = \sum_{t=\hat{T}}^{150} \frac{Vratio_t}{150 - \hat{T}}, p_1 = \sum_{t=150}^{\tau} \frac{Vratio_t}{150 - \tau}$$

p_0 : 平均交易比率

p_1 : τ 時點後的平均交易比率, $\hat{T} < \tau < 150$

$\hat{T}$: 最後一個大於UCL發生的時間點

τ : 切分資料為兩段的時間點

$$Vratio_t = \frac{v_t}{TAV}$$

$\hat{\tau}$: 交易期間發生結構性改變的時點

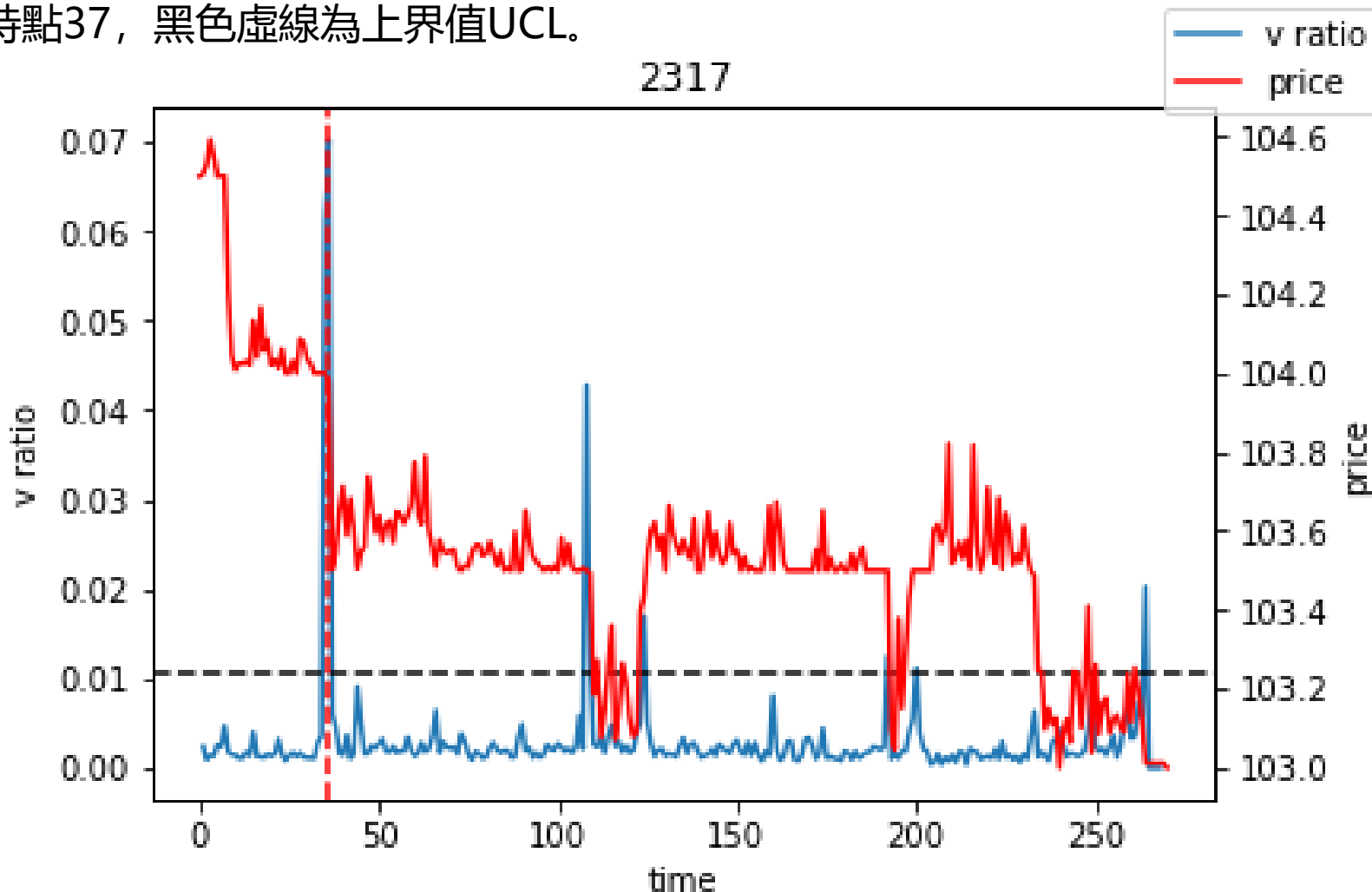
得到Cumsum初步判斷的改變點 $\hat{\tau}$ 。
我們再將 $\hat{\tau} \sim 150$ 每個時點放進
Casella, G, and Berger, R. L. (1990)
提出的概似函數裡。

$(-2\log(L)\text{漸進 } \chi^2(\hat{\tau} - 1))$

以此得到使 $L(\tau)$ 最大的 $\hat{\tau}$ 時間點，並
以此時間點為刪除時間點。

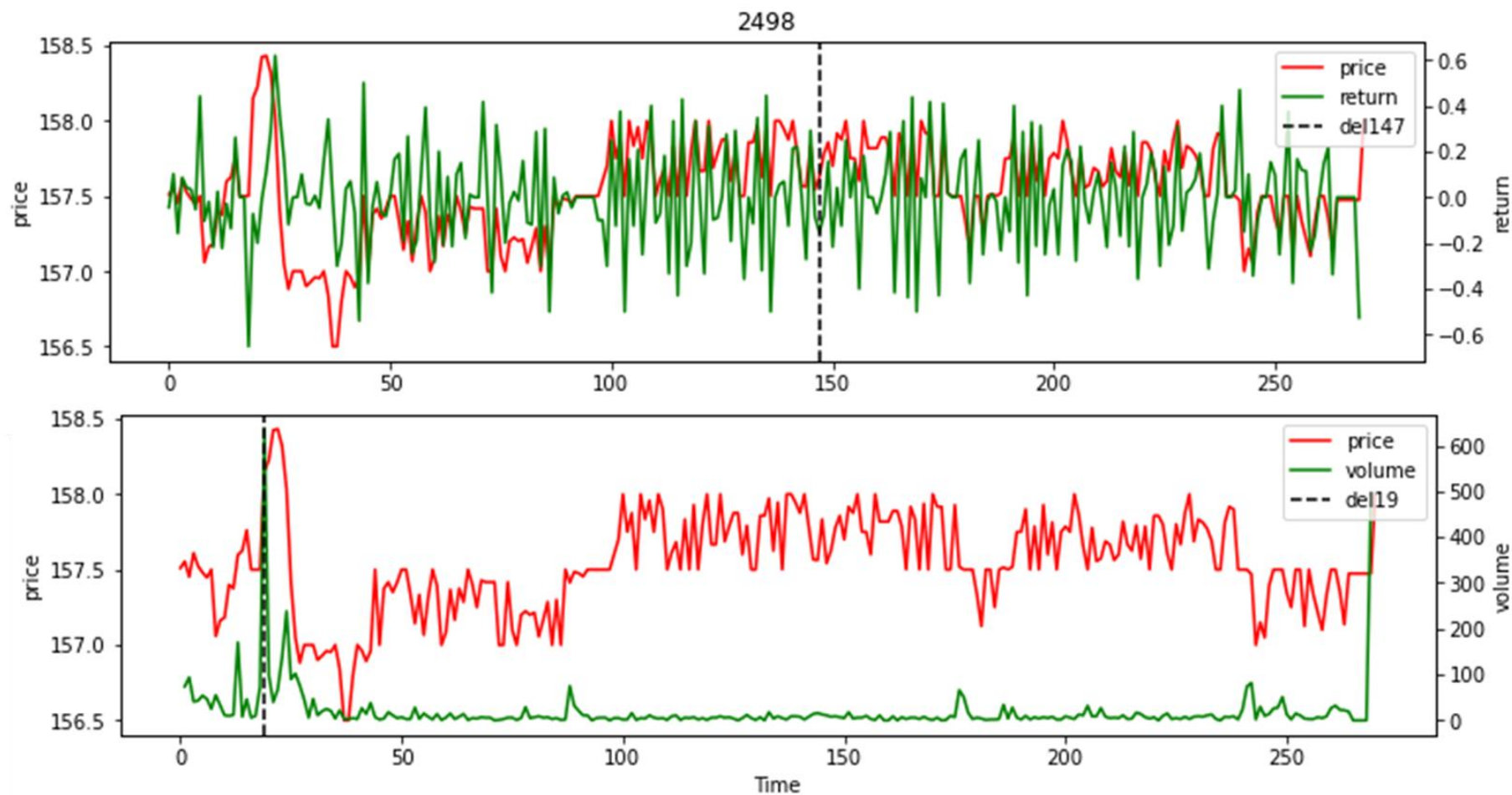
Cumsum搭配最大概似法偵測結構性改變點

藍色實線代表交易量比率，紅色實線為股票代碼2317(鴻海)在2015年1月5號的股價，紅色虛線為發生結構性改變時點37，黑色虛線為上界值UCL。



為何不使用股價?

1. 目的為找到早盤股價趨於穩定的時間點
2. 股價報酬並未有特並圖形



策略實施流程

刪除期

Cumsum搭配最大概似法偵測結構性改變點

估計期

排除無單根股票

刪除兩兩配對最大刪除時間點

判斷模型期數

估計共整合係數與模型

交易期

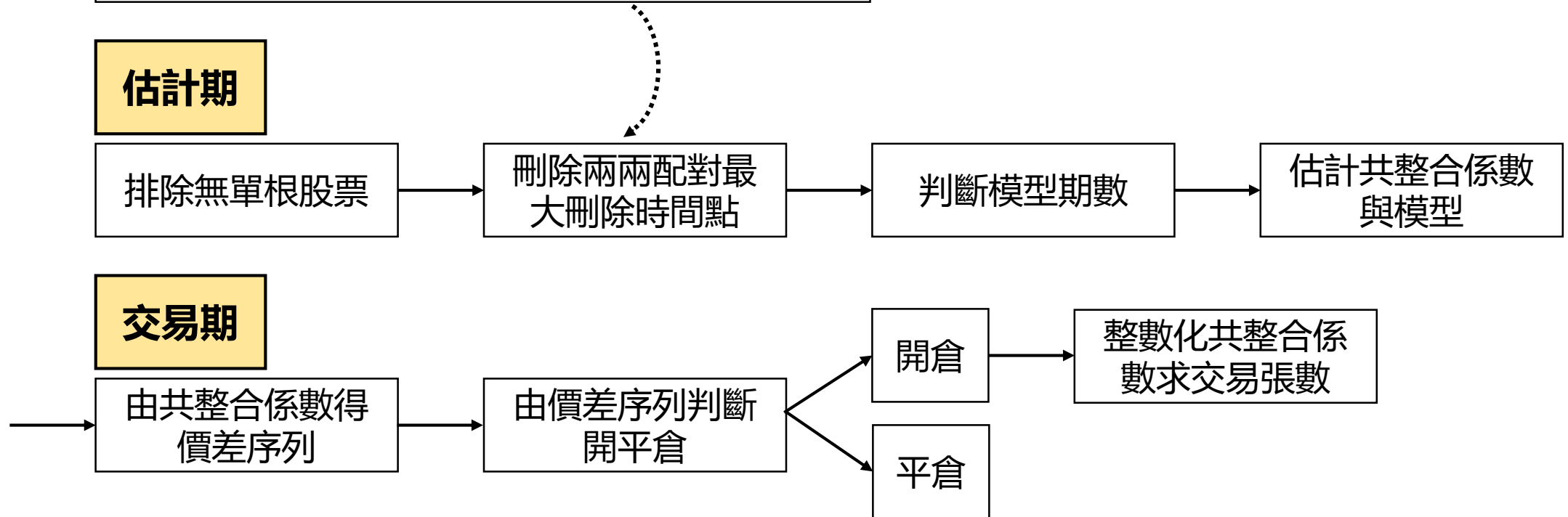
由共整合係數得
價差序列

由價差序列判斷
開平倉

開倉

平倉

整數化共整合係
數求交易張數



2.研究方法

01

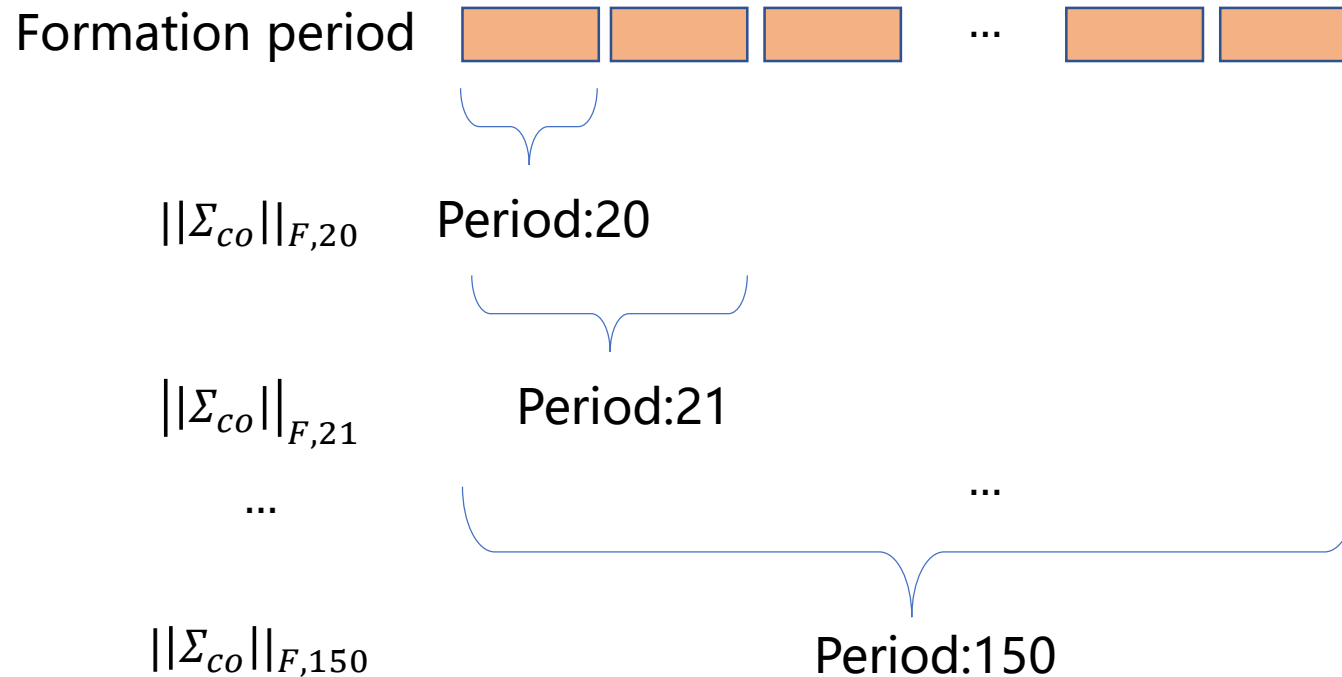
Cumsum搭配最大
概似法偵測結構性
改變點

02

Frobenius範數篩選

Frobenius範數篩選

將估算期間以expanding rolling 的方式逐漸拉長，並估算出VECM(p)不同時間長度的 Σ_{co} ，再對此 Σ_{co} 計算其Frobenius範數



VECM model

VECM(p)

$$\begin{aligned}\Delta y_t &= \Pi y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \cdots + \Gamma_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + u_t \\ &= \Pi y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta y_{t-i} + u_t, t = 1, \dots, T \\ u_t &\sim N_p(0, \Sigma_u)\end{aligned}$$

$\Pi = \alpha\beta' = \sum_{j=1}^p \Pi_j - I_k$, $\Pi_1, \dots, \Pi_p$ 為 $k \times k$ 的常數矩陣

$\Gamma_j = -\sum_{i=j+1}^p \Pi_i$ 為 $k \times k$ 矩陣, $j = 1, \dots, p-1$

α 是一個用來調整係數 $k \times r$ 的矩陣

β 是一個 $k \times r$ 的矩陣

u_t 是一個 $k \times 1$ 獨立同分布的誤差矩陣

Frobenius範數篩選

由Lütkepohl (2005, 7.2.3) 也可以把VECM(p)的公式改寫成

VECM(p)

$$\Delta y_t = \Pi y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta y_{t-i} + u_t, t = 1, \dots, T$$

$$\Delta \check{Y} = \Pi Y_{-1} + \Gamma \Delta X + U$$

$$\Pi = \alpha\beta', (\text{為 } k \times k \text{ 矩陣})$$

$$\Delta \check{Y} := [\Delta y_1, \dots, \Delta y_T], (\text{為 } k \times T \text{ 矩陣})$$

$$Y_{-1} := [y_0, \dots, y_{T-1}], (\text{為 } k \times T \text{ 矩陣})$$

$$\Gamma := [\Gamma_1, \dots, \Gamma_{p-1}], (\text{為 } k \times k(p-1) \text{ 矩陣})$$

$$\Delta X := [\Delta X_0, \dots, \Delta X_{T-1}], (\text{為 } k(p-1) \times T \text{ 矩陣})$$

$$\text{with } \Delta X_{t-1} := \begin{bmatrix} \Delta y_{t-1} \\ \vdots \\ \Delta y_{t-p+1} \end{bmatrix}, (\text{為 } k(p-1) \times 1 \text{ 向量})$$

$$U := [u_1, \dots, u_T], (k \times T)$$

最小平方法求解

$$[\hat{\Pi} : \hat{\Gamma}]_{k \times kp} = [\Delta\check{Y}Y'_{-1} : \Delta\check{Y}\Delta X']_{k \times kp} \begin{bmatrix} Y_{-1}Y'_{-1} & Y_{-1}\Delta X' \\ \Delta X Y'_{-1} & \Delta X \Delta X' \end{bmatrix}_{kp \times kp}^{-1}$$

Lütkepohl (2005, 7.2.3)

$$\Delta\check{Y} = \Pi Y_{-1} + \Gamma \Delta X + U$$

$$\text{vec}(BZ) = (Z' \otimes I_k) \text{vec}(B) \\ \text{or } (I_k \otimes B) \text{vec}(Z)$$

令 $B = [\Pi : \Gamma]$ 為 $k \times kp$ 矩陣
 $Z = \begin{bmatrix} Y_{-1}' \\ \Delta X' \end{bmatrix}$ 為 $kp \times T$ 矩陣, $Y = \Delta\check{Y}$

將 $\Delta\check{Y} = \Pi Y_{-1} + \Gamma \Delta X + U$ 改寫成
 $\rightarrow Y = BZ + U$

透過 vec 運算子將其轉變成向量
 $\rightarrow \text{vec}(Y) = \text{vec}(BZ) + \text{vec}(U)$

$$\rightarrow \text{vec}(Y) = (Z' \otimes I_k) \text{vec}(B) + \text{vec}(U)$$

最小平方法求解

$$\text{令 } y = \text{vec}(Y), \gamma = \text{vec}(B), u = \text{vec}(U)$$

$$\text{vec}(Y) = (Z' \otimes I_k) \text{vec}(B) + \text{vec}(U)$$

$$\rightarrow y = (Z' \otimes I_k) \gamma + u$$

$$\text{令 } \check{Z} = Z' \otimes I_k$$

$$\rightarrow y = \check{Z} \gamma + u$$

最小平方方法求解

$$y = \check{Z} \gamma + u$$

假設 $x = m \times 1$ 矩陣, $A = n \times m$ 矩陣且 $A \perp x$ 。

$$y = A \rightarrow \frac{\partial y}{\partial x} = 0, \quad y = Ax \rightarrow \frac{\partial y}{\partial x} = A, \quad y = xA \rightarrow \frac{\partial y}{\partial x} = A',$$

$$y = x'Ax \rightarrow \frac{\partial y}{\partial x} = 2x'A$$

$$RSS = \sum_{i=1}^T u_i^2$$

$$= (y - \hat{y})' (y - \hat{y})$$

$$= (y - \check{Z} \gamma)' (y - \check{Z} \gamma)$$

$$= (y' - \gamma' \check{Z}') (y - \check{Z} \gamma)$$

$$= (y'y - y'\check{Z}\gamma - \gamma'\check{Z}'y + \gamma'\check{Z}'\check{Z}\gamma)$$

以 γ 對 RSS 進行一階偏導, 並令其一階偏導數值為 0

$$\frac{\partial RSS}{\partial \hat{\gamma}} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial RSS}{\partial \hat{\gamma}} = 0 - y'\check{Z} - (\check{Z}'y)' + 2\hat{\gamma}'\check{Z}'\check{Z}$$

$$\Rightarrow 2(y'\check{Z}) = 2\hat{\gamma}'\check{Z}'\check{Z}$$

其中,

$$\frac{\partial y'y}{\partial \hat{\gamma}} = 0$$

$$\frac{\partial (-y'\check{Z}\hat{\gamma})}{\partial \hat{\gamma}} = -y'\check{Z}, \quad \frac{\partial (-\hat{\gamma}'\check{Z}'y)}{\partial \hat{\gamma}} = -(\check{Z}'y)'$$

$$\frac{\partial (\hat{\gamma}'\check{Z}'\check{Z}\hat{\gamma})}{\partial \hat{\gamma}} = 2\hat{\gamma}'\check{Z}'\check{Z}$$

最小平方法求解

$$2\hat{y}'(\check{Z}'\check{Z}) = 2y'\check{Z}$$

$$\hat{y}'\check{Z}'\check{Z}(\check{Z}'\check{Z})^{-1} = y'\check{Z}(\check{Z}'\check{Z})^{-1}$$

$$\Rightarrow \hat{y}' = y'\check{Z}(\check{Z}'\check{Z})^{-1}$$

$$\Rightarrow \hat{y} = (\check{Z}'\check{Z})^{-1}\check{Z}'y$$

$$\check{Z} = Z' \otimes I_k \text{ 帶入}$$

$$\hat{y} = ((Z' \otimes I_k)'(Z' \otimes I_k))^{-1}(Z' \otimes I_k)'y$$

$$= (Z'Z)^{-1}(Z' \otimes I_k)'y$$

$$\text{其中, } (Z' \otimes I_k)'(Z' \otimes I_k) = (Z'Z)$$

$$\begin{aligned} \text{vec}(ABC) &= (I \otimes AB)\text{vec}(C) \\ &= (C'B' \otimes I)\text{vec}(A) \\ &= (C' \otimes A)\text{vec}(B) \end{aligned}$$

令 $y = \text{vec}(Y)$ 帶入

$$\hat{y} = (Z'Z)^{-1}(Z' \otimes I_k)'y$$

$$\Rightarrow \hat{y} = (Z'Z)^{-1}(Z' \otimes I_k)'\text{vec}(Y)$$

$$= \text{vec}(YZ'(ZZ')^{-1})$$

已知 $y = \text{vec}(B)$

$$\hat{y} = \text{vec}(YZ'(ZZ')^{-1}) = \text{vec}(\hat{B})$$

$$\Rightarrow \hat{B} = YZ'(ZZ')^{-1}$$

最小平方法求解

$$[\hat{\Pi} : \hat{\Gamma}]_{k \times kp} = [\Delta \check{Y} Y'_{-1} : \Delta \check{Y} \Delta X']_{k \times kp} \begin{bmatrix} Y_{-1} Y'_{-1} & Y_{-1} \Delta X' \\ \Delta X Y'_{-1} & \Delta X \Delta X' \end{bmatrix}_{kp \times kp}^{-1}$$

$$\hat{B} = [\hat{\Pi} : \hat{\Gamma}], Z = \begin{bmatrix} Y_{-1} \\ \Delta X \end{bmatrix}, Y = \Delta \check{Y} \text{ 帶回}$$

$$\hat{B} = Y Z' (Z Z')^{-1}$$

$$[\hat{\Pi} : \hat{\Gamma}] = \Delta \check{Y} [Y'_{-1} \Delta X'] \left(\begin{bmatrix} Y_{-1} \\ \Delta X \end{bmatrix} [Y'_{-1} \Delta X'] \right)^{-1}$$

$$= [\Delta \check{Y} Y'_{-1} : \Delta \check{Y} \Delta X'] \begin{bmatrix} Y_{-1} Y'_{-1} & Y_{-1} \Delta X' \\ \Delta X Y'_{-1} & \Delta X \Delta X' \end{bmatrix}^{-1}$$

Frobenius範數篩選

Mann & Wald (1943)

$$\text{若 } \Theta = \text{plim } T^{-1} \begin{bmatrix} Y_{-1}' \\ \Delta X' \end{bmatrix} [Y_{-1} : \Delta X]$$

存在且為一個非奇異矩陣($|\Theta| \neq 0$)則,

$$\sqrt{T} \text{ vec}([\hat{\Pi} : \hat{\Gamma}] - [\Pi : \Gamma]) \xrightarrow{d} N(0, \Theta^{-1} \otimes \Sigma_u)$$

Lütkepohl (2005, Proposition 7.1)

$$\sqrt{T} \text{ vec}([\hat{\Pi} : \hat{\Gamma}] - [\Pi : \Gamma]) \xrightarrow{d} N(0, \Sigma_{co})$$

Σ_{co} 計算

Lütkepohl (2005, Proposition 7.1)

$$\sqrt{T} \text{vec}([\hat{\Pi} : \hat{\Gamma}] - [\Pi : \Gamma]) \xrightarrow{d} N(0, \Sigma_{co})$$

Σ_{co} (為 $k^2p \times k^2p$ 矩陣) =

$$\left(\begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & I_{kp-k} \end{bmatrix} \Omega^{-1} \begin{bmatrix} \beta' & 0 \\ 0 & I_{kp-k} \end{bmatrix} \right) \otimes \Sigma_u$$

$$\Omega = \text{plim} \frac{1}{T} \begin{bmatrix} \beta' Y_{-1} Y_{-1}' \beta & \beta' Y_{-1} \Delta X' \\ \Delta X Y_{-1}' \beta & \Delta X \Delta X' \end{bmatrix}$$

為 $((k(p-1) + r) \times (k(p-1) + r))$ 矩陣

$$\left(\begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & I_{kp-k} \end{bmatrix} \Omega^{-1} \begin{bmatrix} \beta' & 0 \\ 0 & I_{kp-k} \end{bmatrix} \right) = T \begin{bmatrix} Y_{-1}Y_{-1}' & Y_{-1}\Delta X' \\ \Delta X Y_{-1}' & \Delta X \Delta X' \end{bmatrix}^{-1}$$

Mann & Wald (1943)

$$\begin{aligned} & \left(\begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & I_{kp-k} \end{bmatrix} \Omega^{-1} \begin{bmatrix} \beta' & 0 \\ 0 & I_{kp-k} \end{bmatrix} \right) = \Theta^{-1} \\ & = \left(\text{plim } T^{-1} \begin{bmatrix} Y_{-1} \\ \Delta X \end{bmatrix} [Y_{-1}': \Delta X'] \right)^{-1} \\ & = T \begin{bmatrix} Y_{-1}Y_{-1}' & Y_{-1}\Delta X' \\ \Delta X Y_{-1}' & \Delta X \Delta X' \end{bmatrix}^{-1} \quad (kp \times kp \text{ 矩陣}) \end{aligned}$$

$\hat{\Sigma}_u = (T - kp)^{-1}(\Delta\check{Y} - \hat{\Pi}Y_{-1} - \hat{\Gamma}\Delta X)(\Delta\check{Y} - \hat{\Pi}Y_{-1} - \hat{\Gamma}\Delta X)'$, 為 $(k \times k)$ 矩陣

$$\begin{aligned}\Sigma_u &= E(u_t u_t') \\ \tilde{\Sigma}_u &:= \frac{1}{T} \sum_t \widehat{u}_t \widehat{u}_t' = \frac{1}{T} \widehat{U} \widehat{U}' \\ &= \frac{1}{T} (\Delta\check{Y} - \hat{\Pi}Y_{-1} - \hat{\Gamma}\Delta X)(\Delta\check{Y} - \hat{\Pi}Y_{-1} - \hat{\Gamma}\Delta X)'\end{aligned}$$

Lütkepohl (2005, 7.2.3)
 $\Delta\check{Y} = \Pi Y_{-1} + \Gamma \Delta X + U$

自由度調整使其不偏

$$\begin{aligned}\hat{\Sigma}_u &= \frac{T}{T - kp} \tilde{\Sigma}_u \\ &= \frac{1}{T - kp} (\Delta\check{Y} - \hat{\Pi}Y_{-1} - \hat{\Gamma}\Delta X)(\Delta\check{Y} - \hat{\Pi}Y_{-1} - \hat{\Gamma}\Delta X)'\end{aligned}$$

Frobenius範數篩選

$$||\Sigma_{co}||_F = \sqrt{a_{1,1}^2 + a_{1,2}^2 + \dots + a_{i,j}^2}$$

其中 $a_{i,j}, i, j = 1, 2, \dots, k^2 p$, 為 Σ_{co} 內的各個元素

若在150分的估計期間裡出現

$$||\Sigma_{co}||_{F,t} > \text{moving average} (||\Sigma_{co}||_{F,t}, 30)$$

➔ 刪除此配對

策略實施流程

刪除期

Cumsum搭配最大概似法偵測結構性改變點

估計期

30分
31分
...
150分

排除無單根股票

刪除兩兩配對最大刪除時間點

判斷模型期數

估計共整合係數與模型

Frobenius範數

有跳點則刪除配對

無跳點則交易配對

交易期

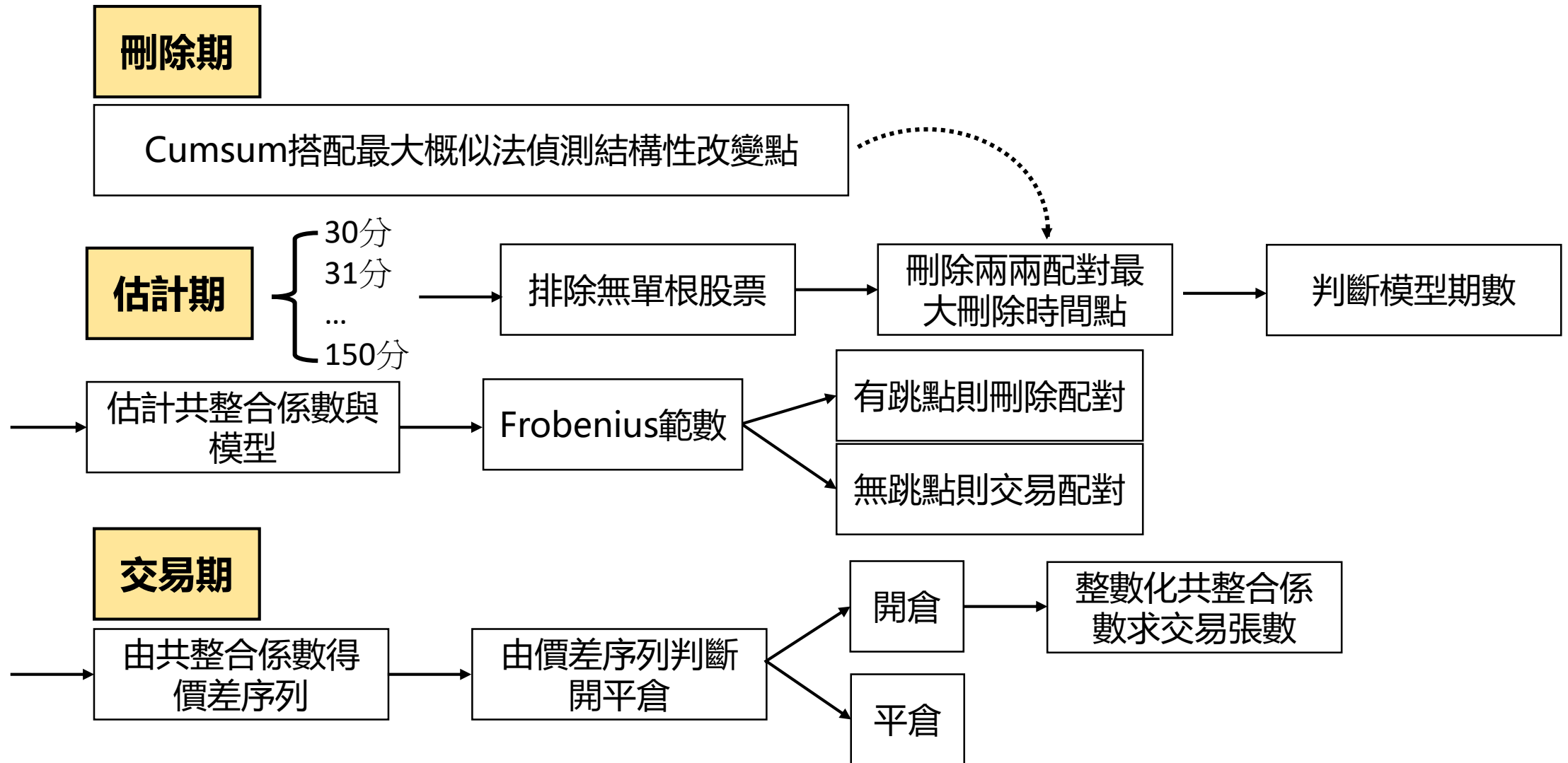
由共整合係數得
價差序列

由價差序列判斷
開平倉

開倉

平倉

整數化共整合係
數求交易張數



3. 實驗結果

指標定義

最大動用資金 = 該年中動用最大資金的交易日所使用的資金

總獲利(0.15%) = 總獲利扣除交易稅 0.15%(千元)

$$\text{Return for day} = \frac{\text{每日獲利}(0.15\%)}{\text{最大動用資金}}$$

Sharpe ratio(daily based)

$$= \frac{\text{該年中每個交易日的 Return for day 的平均值}}{\text{該年中每個交易日的 Return for day 的標準差} \times \sqrt{252}}$$

$$\text{Return for pair} = \frac{\text{每個配對的獲利扣除交易稅}(0.15\%)}{\text{每個配對動用的資金}}$$

Sharpe ratio(pair based)

$$= \frac{\text{該年中每個交易日的 Return for pair 的平均值}}{\text{該年中每個交易日的 Return for pair 的標準差}}$$

sortino ratio

$$= \frac{\text{該年中每個交易日的 Return for day 的平均值}}{\text{該年中每個交易日的 Return for day 負值的標準差} \times \sqrt{252}}$$

MDD = 當年累積最大虧損值

$$\text{正常平倉率} = \frac{\text{在收盤時間結束時碰到閾值平倉個數}}{\text{總交易次數}}$$

$$\text{勝率} = \frac{\text{獲利交易次數}}{\text{總交易次數}}$$

交易結果討論

五種交易策略

模型篩選法	五種交易策略				
	無刪除早盤 不穩定期間 (nodel)	固定刪除早盤 前16分鐘 (original)	Cumsum搭 配最大概似 法 (MLE)	MLE+ Frobenius 篩選法 (Frobenius)	MLE+ Barnett 篩選法 (Barnett)
BIC based model selection	定態 趨勢定態	定態 趨勢定態	定態 趨勢定態	定態 趨勢定態	定態 趨勢定態

有無刪除早盤資料

Nodel:未刪除開盤不穩定資料進行共整合

Original:刪除前16分進行共整合

無時間趨勢	Year	Open times nodel /Original	Profit	Sharpe ratio	Sharpe ratio pair base	MDD	Normal close rate	Win rate
	2015	54786 / 58173	5233.80 / 6229.07	5.582 / 5.351	0.19 / 0.23	439.435 / 825.21	78.98% / 82.33%	78.05% / 79.10%
	2016	51619 / 54237	51665.107 / 8683.97	3.622 / 12.246	0.25 / 0.29	1143.731 / 218.225	80.41% / 83.44%	78.91% / 80.37%
	2017	44292 / 44779	7908.436 / 10055.68	10.164 / 14.268	0.21 / 0.28	523.67 / 158.41	80.29% / 84.22%	78.90% / 80.66%
	2018	56653 / 50204	58115.35 / 56021.82	1.282 / 1.286	0.24 / 0.26	1611.75 / 2823.71	72.91% / 84.23%	77.56% / 78.82%
具時間趨勢	Year	Open times nodel /Original	Profit	Sharpe ratio	Sharpe ratio pair base	MDD	Normal close rate	Win rate
	2015	5377 / 5802	658.231 / 843.913	2.075 / 2.788	0.14 / 0.16	243.887 / 277.66	60.48% / 64.09%	69.61% / 70.75%
	2016	4945 / 4933	946.468 / 826.17	3.816 / 4.152	0.21 / 0.22	248.967 / 116.243	64.76% / 66.75%	72.31% / 72.39%
	2017	3770 / 3659	954.5 / 1114.04	5.001 / 6.020	0.21 / 0.23	144.369 / 109.65	64.46% / 69.61%	71.49% / 74.15%
	2018	4870 / 4862	882.203 / 1237.18	2.171 / 4.292	0.12 / 0.17	274.196 / 125.62	62.14% / 67.81%	67.29% / 70.03%

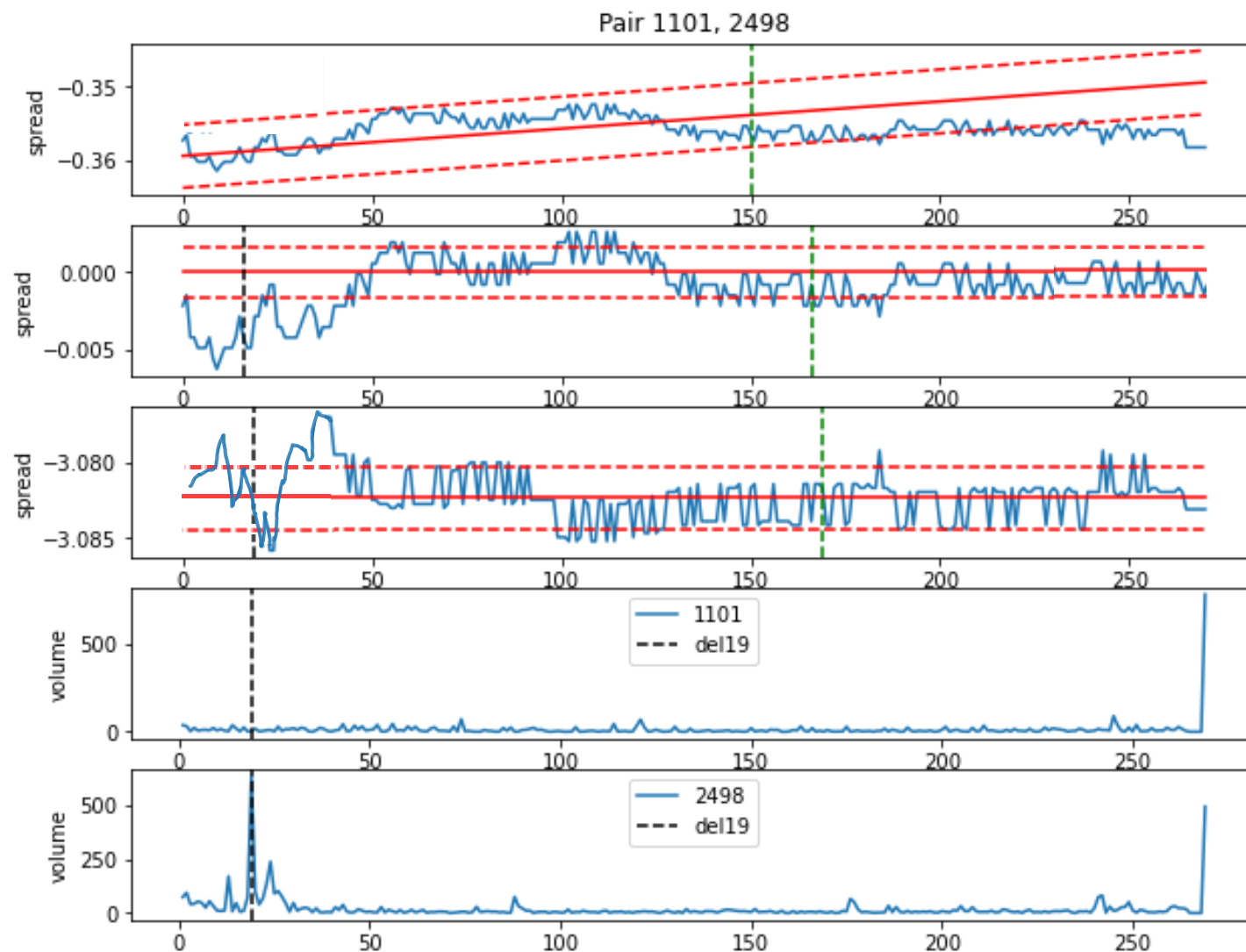
交易結果討論

五種交易策略

模型篩選法	無刪除早盤 不穩定期間 (nodel)	固定刪除早盤 前16分鐘 (original)	Cumsum搭 配最大概似 法 (MLE)	Frobenius 篩選法 (Frobenius)	Barnett 篩選法 (Barnett)
BIC based model selection	定態 趨勢定態	定態 趨勢定態	定態 趨勢定態	定態 趨勢定態	定態 趨勢定態

動態刪除

	未刪除	固態刪除	動態刪除
Reward	-0.234	0.4435	0.749175
Model	4	1	2
截距	-0.359	0	-3.0823
斜率	3.67×10^{-5}	0	0
標準差	0.00287	0.00105	0.00137
w1	-0.6147	-0.57444	0.22448
w2	0.38526	0.42555	-0.77551
reward	-0.2341	0.4435	0.749175



刪除早盤時間點前後spread看出確實能有效幫助模型估計。

固/動態刪除比較

MLE:使用MLE偵測結構性改變點

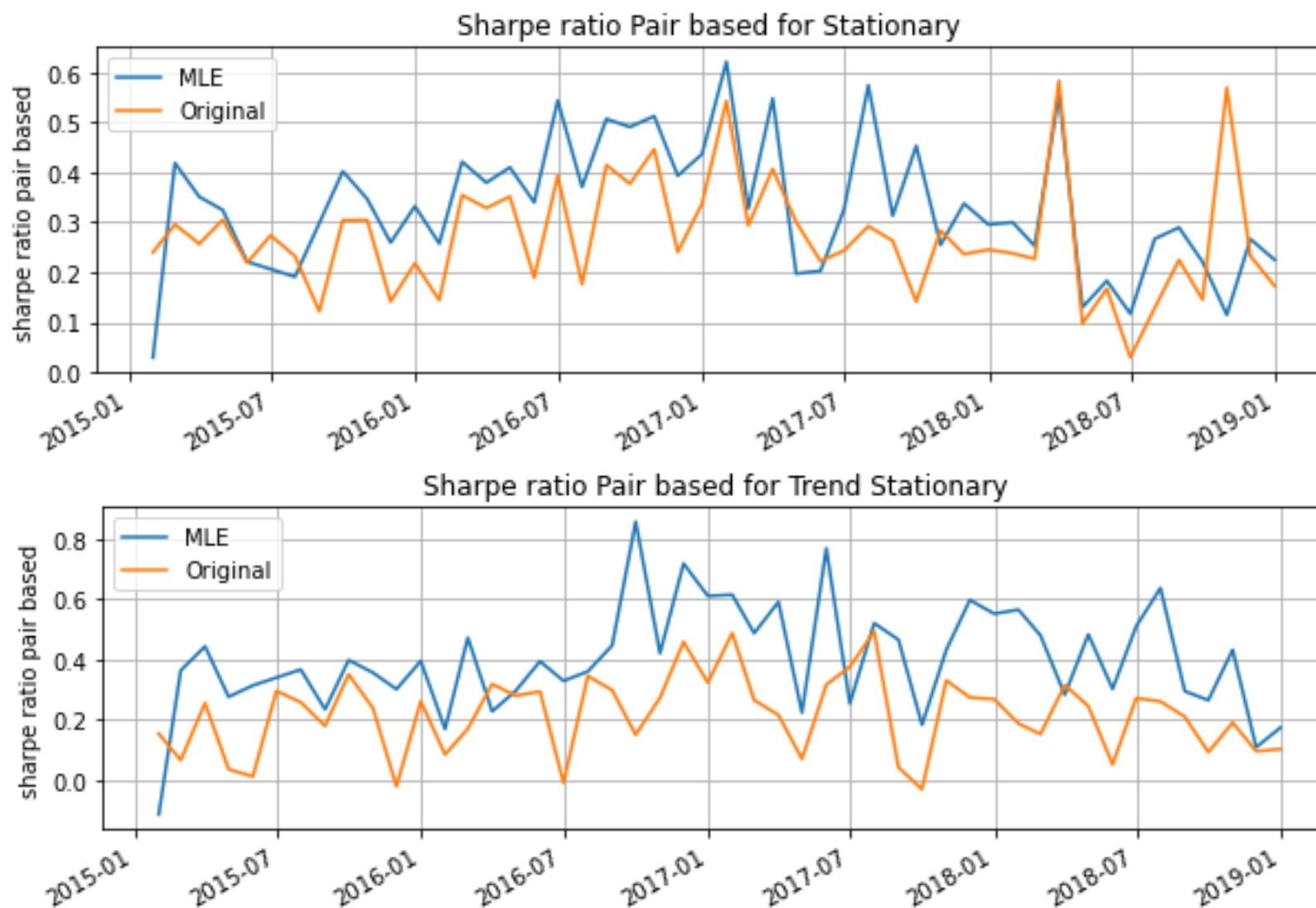
Original:刪除前16分進行共整合

無時間趨勢	Year	Open times MLE /Original	Profit	Sharpe ratio	Sharpe ratio pair base	Sortino ratio daily base	MDD	Normal close rate	Win rate
	2015	32457 / 58173	5174 / 6229	6.272 / 5.351	0.304 /0.231	7.015 / 5.747	565.78 / 825.21	85.31% / 82.33%	80.92% / 79.10%
	2016	38279 / 54237	7107.4 / 8684	7.694 / 12.246	0.401 /0.289	7.924 / 14.525	709.51 / 218.23	86.65% / 83.44%	82.95% / 80.37%
	2017	31362 / 44779	9115 / 10056	15.885 / 14.268	0.351 /0.278	24.420 /19.136	184.18 / 158.41	87.07% / 84.22%	82.90% / 80.66%
	2018	32428 / 50204	11309 / 56021	1.834 / 1.286	0.261 /0.265	8.995 / 21.529	950.07 / 2823.71	85.67% / 84.23%	79.15% / 78.82%
具時間趨勢	Year	Open times MLE /Original	Profit	Sharpe ratio	Sharpe ratio pair base	Sortino ratio daily base	MDD	Normal close rate	Win rate
	2015	2570 / 5802	717 / 844	2.988 / 2.788	0.313 /0.161	3.174 / 3.583	177.76 / 277.66	73.19% / 64.09%	77.20% / 70.75%
	2016	2676 / 4933	747 / 826	4.451 / 4.152	0.377 /0.221	5.136 / 5.218	102.17 / 116.24	78.03% / 66.75%	80.04% / 72.39%
	2017	1980 / 3659	860 / 1114	6.733 / 6.020	0.442 /0.225	10.591 / 9.000	52.79 / 109.65	81.11% / 69.61%	80.81% / 74.15%
	2018	2331 / 4862	1460 / 1237	7.539 / 4.292	0.315 /0.166	11.952 / 5.294	69.31 / 125.62	83.31% / 67.81%	79.58% / 70.03%

固/動態刪除比較

MLE:使用MLE偵測結構性改變點

Original:刪除前16分進行共整合



動態刪除優

動態刪除

將刪除早盤期間以時間長短進行分類



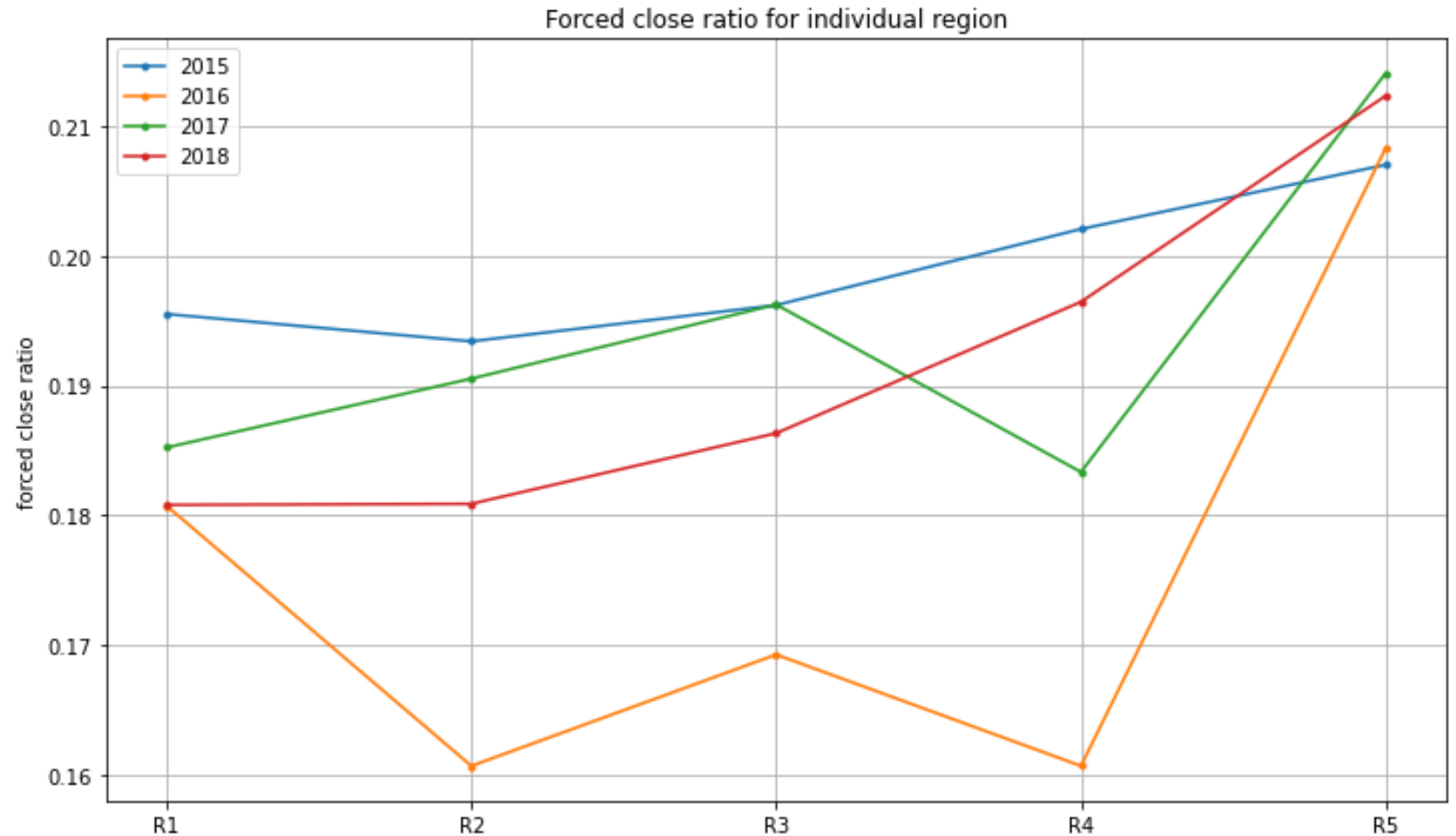
Region1(R1):1~20

Region2(R2):21~40

Region3(R3):41~60

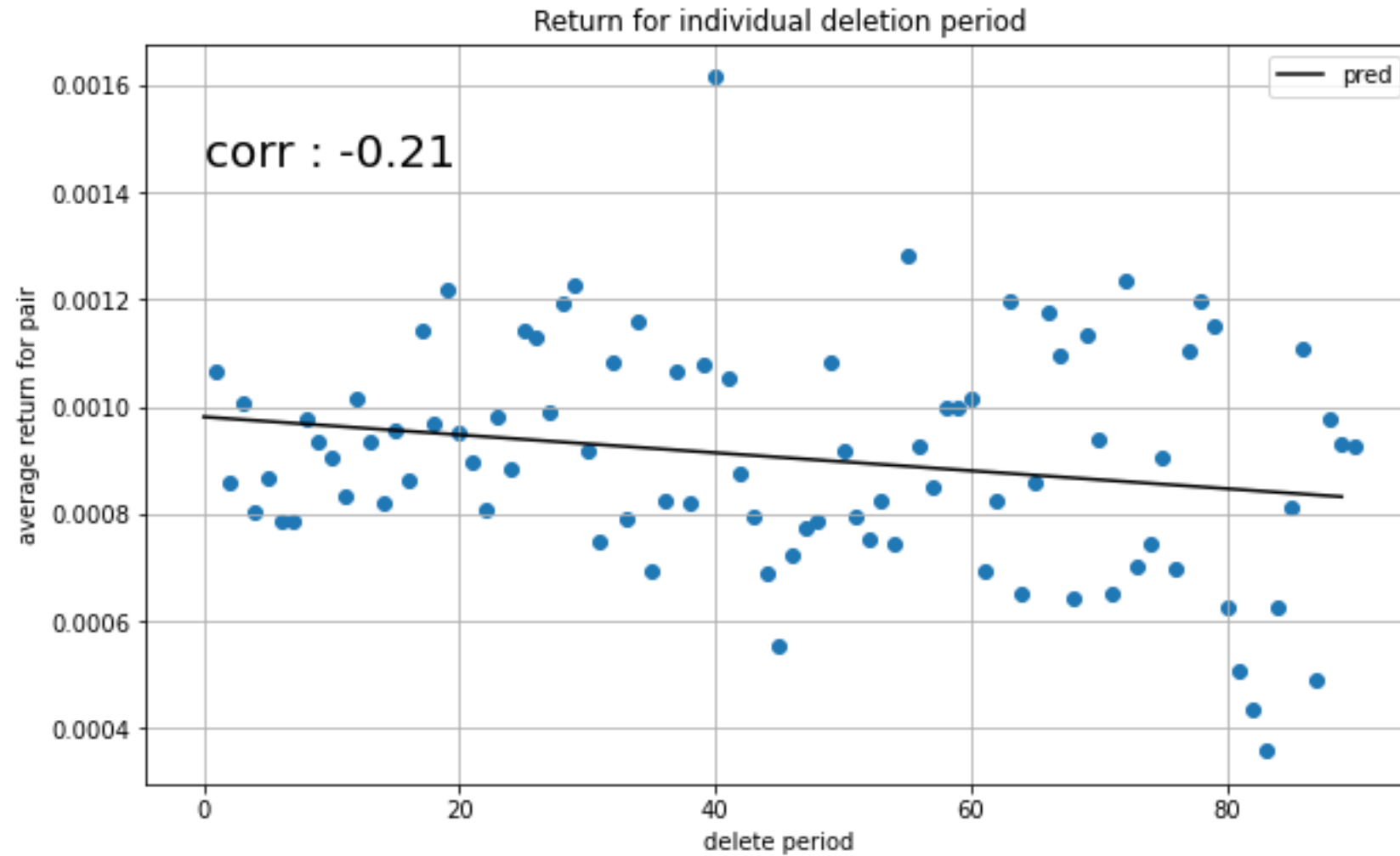
Region4(R4):61~80

Region5(R5):81~



刪除早盤期間時點越晚導致被迫平倉機率就越高

動態刪除



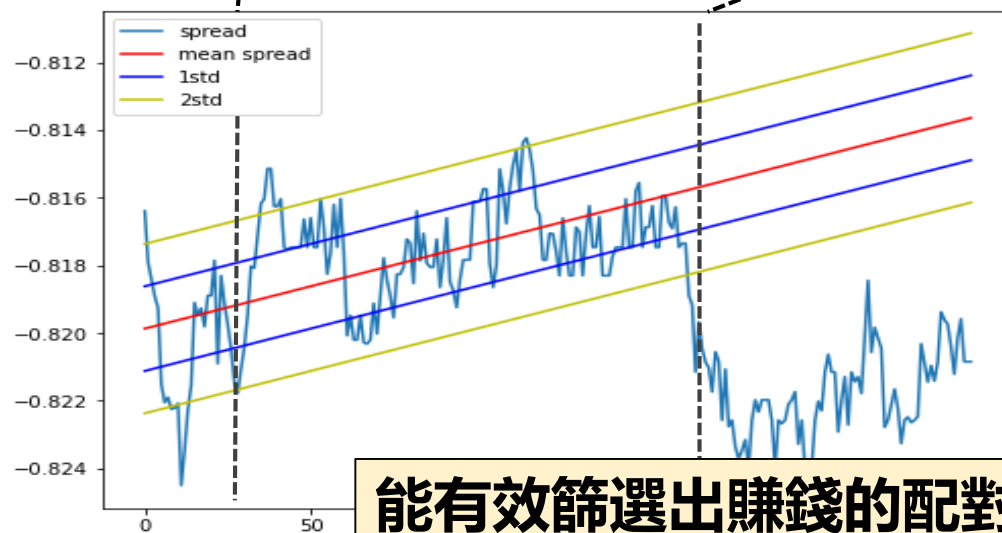
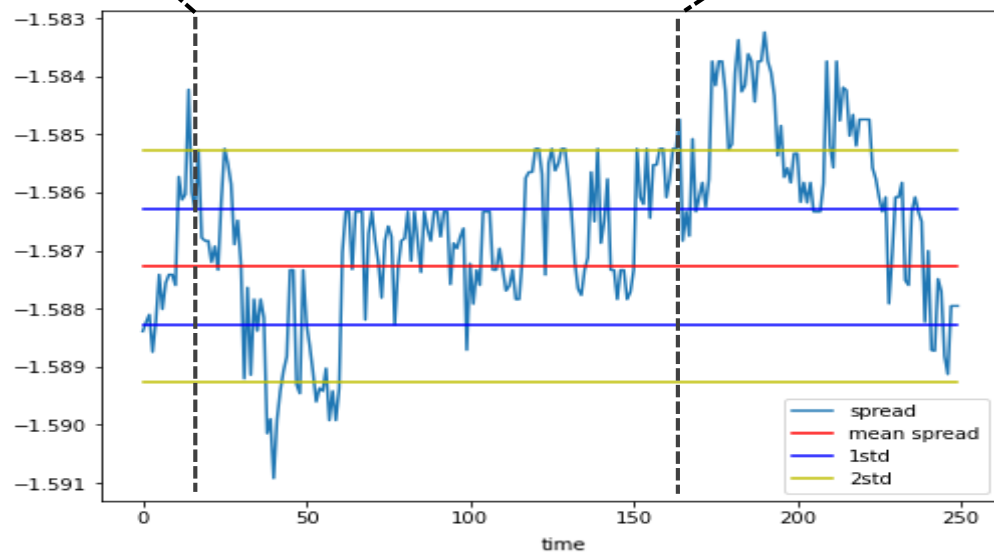
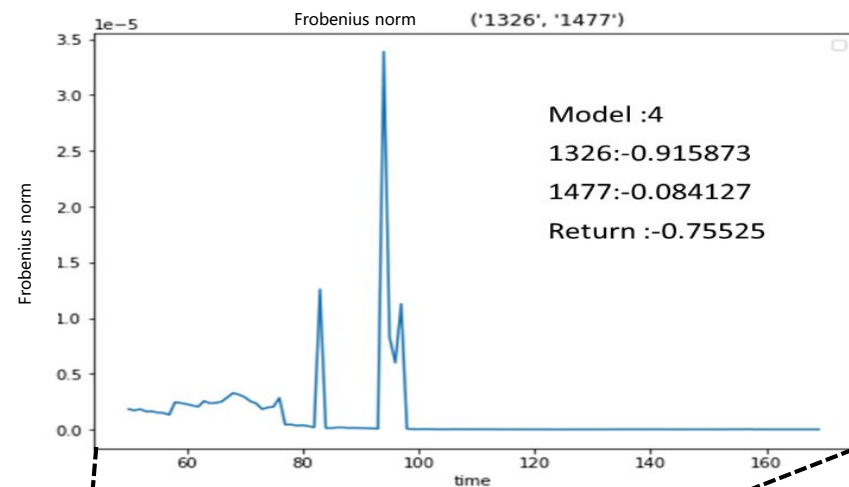
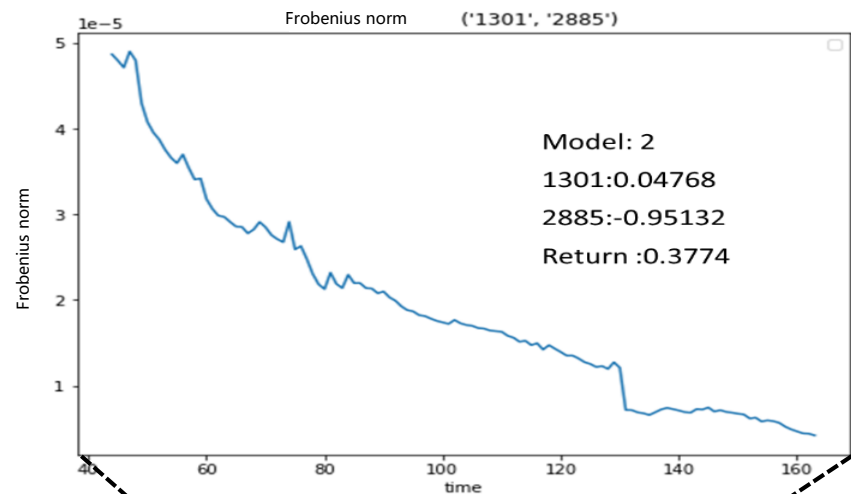
刪除早盤期間時點與配對獲利顯著負相關

交易結果討論

五種交易策略

模型篩選法	無刪除早盤 不穩定期間 (nodel)	固定刪除早盤 前16分鐘 (original)	Cumsum搭 配最大概似 法 (MLE)	Frobenius 篩選法 (Frobenius)	Barnett 篩選法 (Barnett)
BIC based model selection	定態 趨勢定態	定態 趨勢定態	定態 趨勢定態	定態 趨勢定態	定態 趨勢定態

Frobenius篩選



能有效篩選出賺錢的配對

Frobenius篩選

MLE:使用MLE偵測結構性改變點

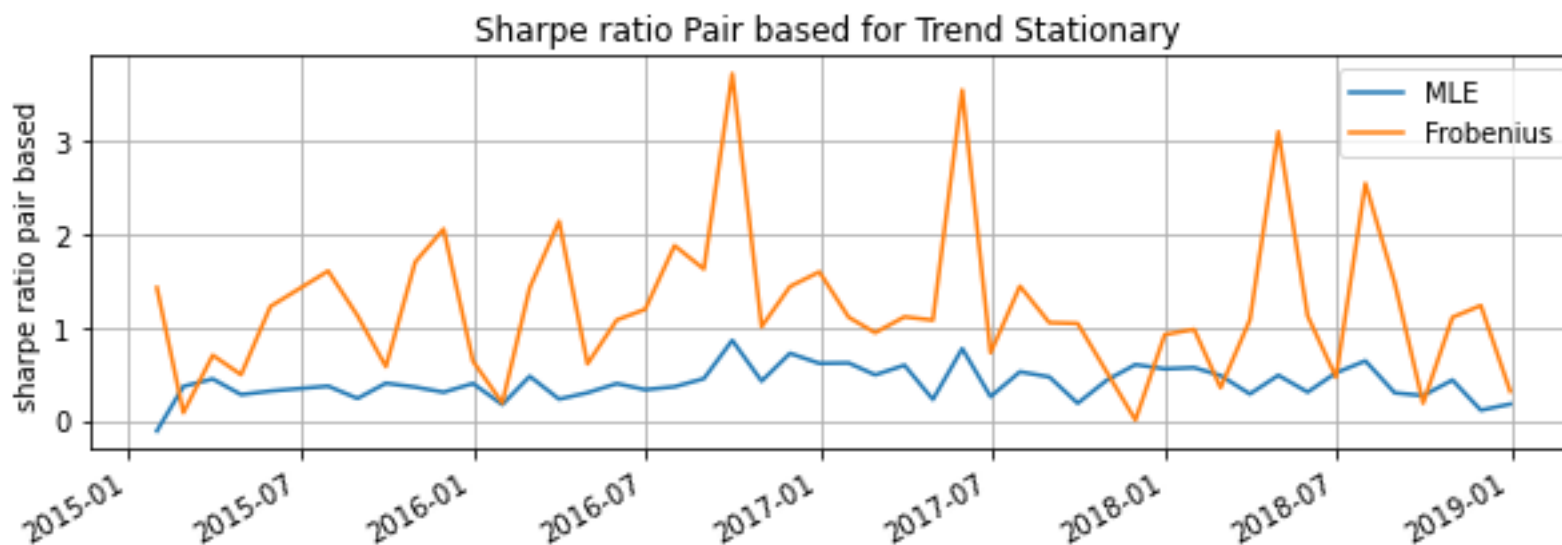
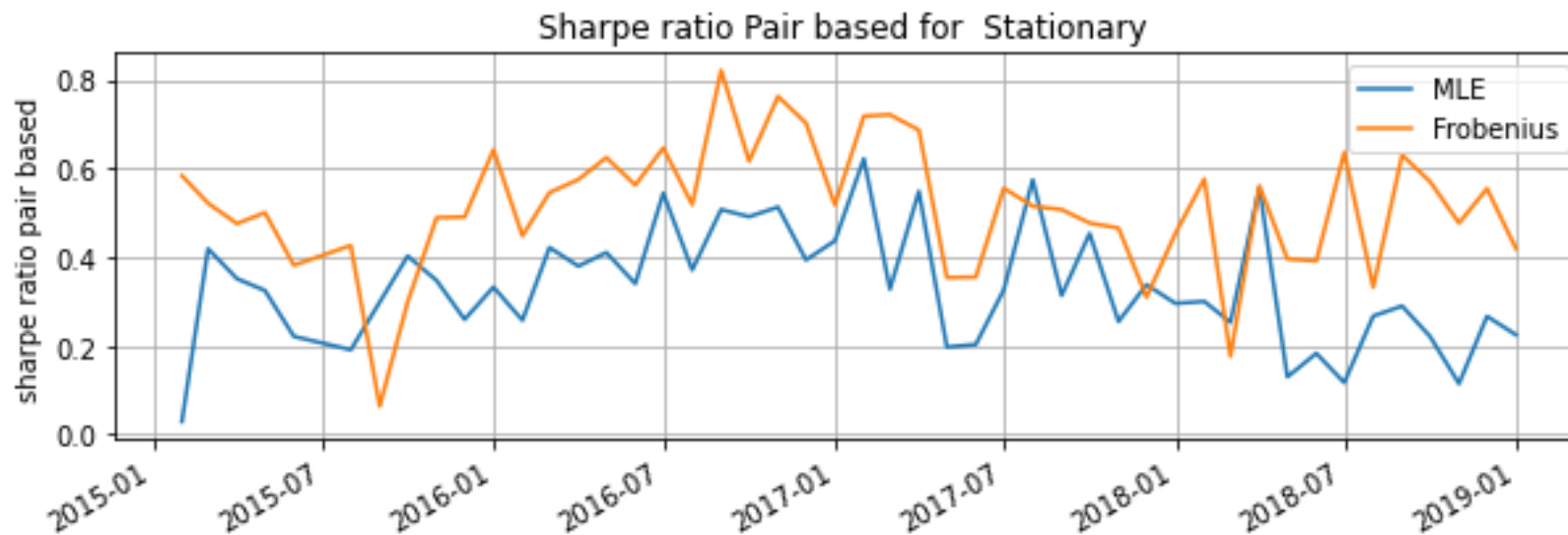
Frobenius:過濾在不同期間Frobenius範數發散的配對

無時間趨勢	Year	Open times MLE /Frobenius	Profit	Sharpe ratio	Sharpe ratio pair base	Sortino ratio daily base	MDD	Normal close rate	Win rate
	2015	32457 / 3709	5174 / 614	6.272 / 7.243	0.304 / 0.405	7.015 / 8.599	565.78 / 40.78	85.31% / 87.73%	80.92% / 82.31%
	2016	38279 / 4468	7107 / 986	7.694 / 11.675	0.401 / 0.603	7.924 / 22.040	709.51 / 21.893	86.65% / 91.03%	82.95% / 86.03%
	2017	31362 / 4045	9115 / 1343	15.885 / 12.872	0.351 / 0.512	24.420 / 24.956	184.18 / 24.61	87.07% / 90.56%	82.90% / 84.77%
	2018	32428 / 4028	11309 / 1266	1.834 / 12.279	0.261 / 0.479	8.995 / 18.876	950.07 / 31.93	85.67% / 90.19%	79.15% / 82.32%
俱時間趨勢	Year	Open times MLE /Frobenius	Profit	Sharpe ratio	Sharpe ratio pair base	Sortino ratio daily base	MDD	Normal close rate	Win rate
	2015	2570 / 80	717 / 31	2.988 / 3.41	0.313 / 0.708	3.174 / 5.343	177.76 / 2.74	73.19% / 90.00%	77.20% / 86.25%
	2016	2676 / 100	747 / 28	4.451 / 3.601	0.377 / 0.951	5.136 / 2.180	102.17 / 4.98	78.03% / 90.00%	80.04% / 91.00%
	2017	1980 / 85	860 / 47	6.733 / 3.594	0.442 / 0.877	10.591 / 15.146	52.79 / 1.21	81.11% / 92.94%	80.81% / 89.41%
	2018	2331 / 78	1460 / 31	7.539 / 2.551	0.315 / 0.754	11.952 / 2.378	69.31 / 5.18	83.31% / 91.03%	79.58% / 87.18%

Frobenius篩選

MLE:使用MLE偵測結構性改變點

Frobenius:過濾在不同期間Frobenius範數發散的配對



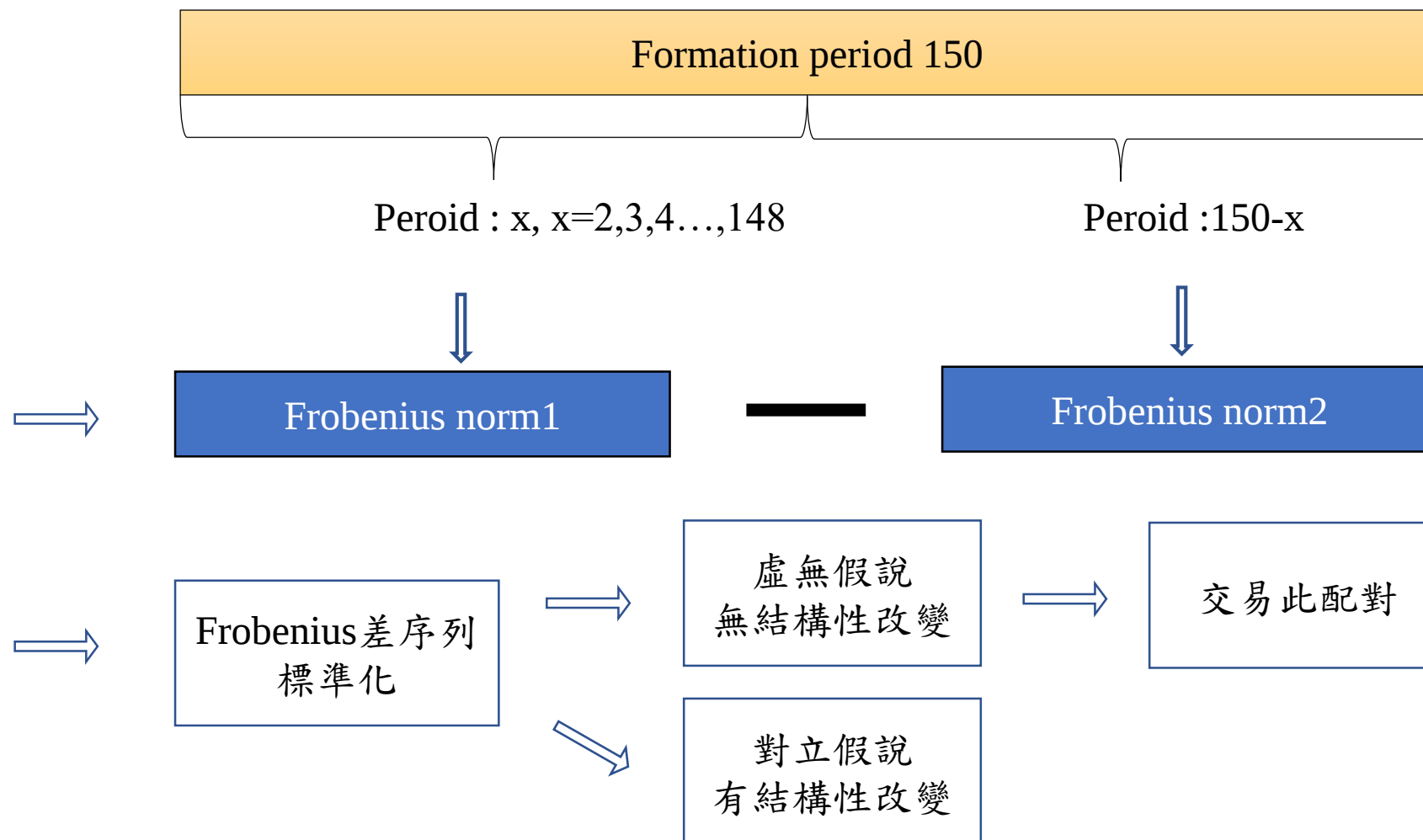
**Frobenius
篩選法大幅
提升配對交
易獲利可能**

交易結果討論

五種交易策略

模型篩選法	無刪除早盤 不穩定期間 (nodel)	固定刪除早盤 前16分鐘 (original)	Cumsum搭 配最大概似 法 (MLE)	Frobenius 篩選法 (Frobenius)	Barnett 篩選法 (Barnett)
BIC based model selection	定態 趨勢定態	定態 趨勢定態	定態 趨勢定態	定態 趨勢定態	定態 趨勢定態

Barnett篩選



Barnett篩選

Barnett:使用Barnett(2016)檢測法進行篩選

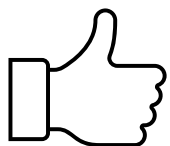
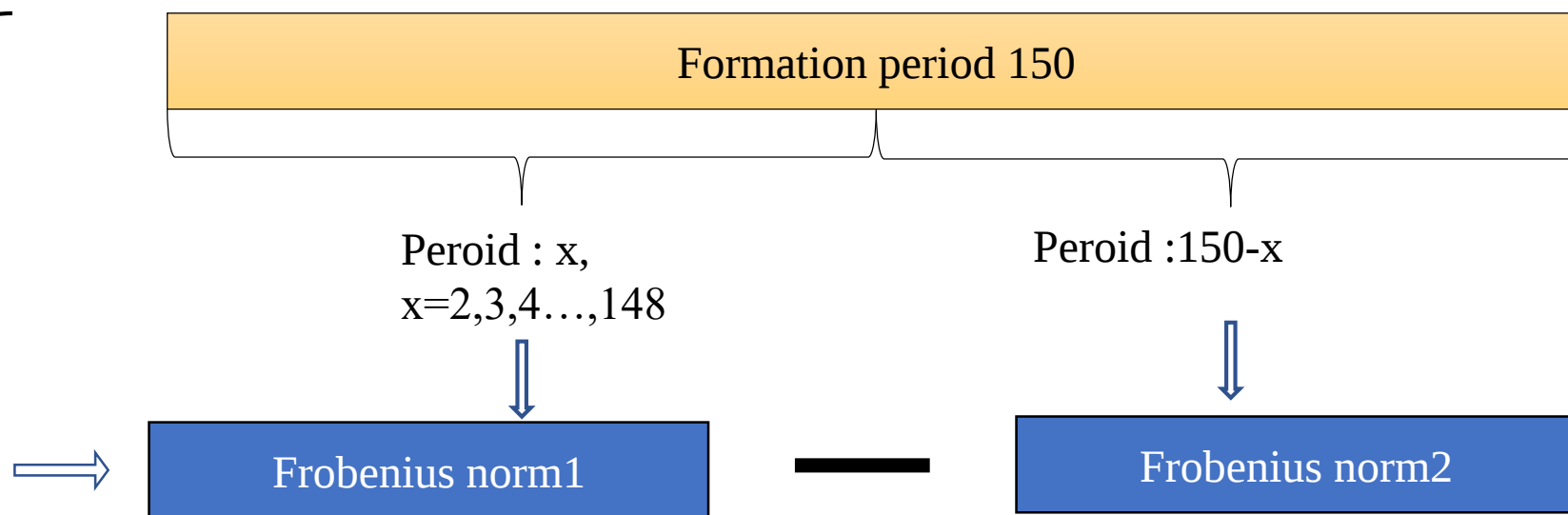
Frobenius:過濾在不同期間Frobenius範數發散的配對

Year model123	Open times Barnett /Frobenius	Profit	Sharpe ratio	Sharpe ratio pair base	Sortino ratio daily base	MDD	Normal close rate	Win rate
2015	1285 /3709	323.16 /614.47	5.359 /7.243	0.629 /0.405	5.568 /8.599	38.04 /40.78	95.95% /87.73%	88.87% /82.31%
2016	1321 /4468	373.41 /986	8.864 /11.675	0.851 /0.603	14.41 /22.04	12.7 /21.89	95.84% /91.03%	90.31% /86.03%
2017	1378 /4045	619.64 /1343	11.471 /12.872	0.739 /0.512	26.782 /24.956	13.35 /24.61	95.50% /90.56%	89.48% /84.77%
2018	1525 / 4028	699 / 1266	5.426 / 12.279	0.563 / 0.479	13.686 / 18.876	27.42 / 31.93	96.00% / 90.19%	86.36% / 82.32%
Year Model45	Open times Barnett /Frobenius	Profit	Sharpe ratio	Sharpe ratio pair base	Sortino ratio daily base	MDD	Normal close rate	Win rate
2015	29 /80	13 /31	2.416 /3.41	1.474 /2.105	4.622 /5.343	1.74 /2.74	86.21% /90.00%	79.31% /86.25%
2016	28 /100	24 /28	3.327 /3.601	4.686 /0.951	13.311 /2.18	0.6 /4.98	92.86% /90.00%	92.86% /91.00%
2017	35 /85	27 /47	4.349 /3.594	2.838 /3.657	9.197 /15.146	1.12 /1.21	91.43% /92.94%	91.43% /89.41%
2018	53 / 78	35 / 31	2.845 / 2.551	1.422 / 0.754	6.656 / 2.378	2.96 / 5.18	96.23% / 91.03%	81.13% / 87.18%

運算效率

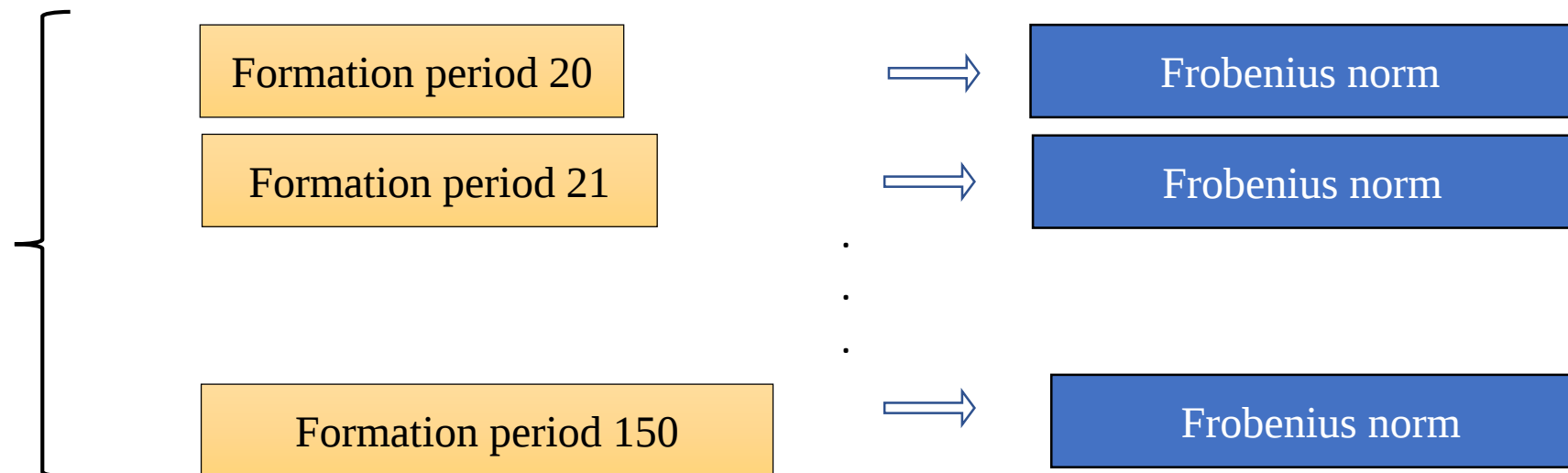
Barnett

需要完整資料才能開始
計算，且須計算兩次
Frobenius norm



Frobenius

有新進資料即可
開始計算



4. 其他文獻比較

比較策略

六種交易策略

Frobenius	Optics	交錯個數 篩選法	時間收斂篩選法	One stage	Two stage
定態 趨勢定態	定態 趨勢定態	定態 趨勢定態	定態 (門檻6) 趨勢定態 (門檻4)	定態	定態



1.PCA 降維
2.分群交易



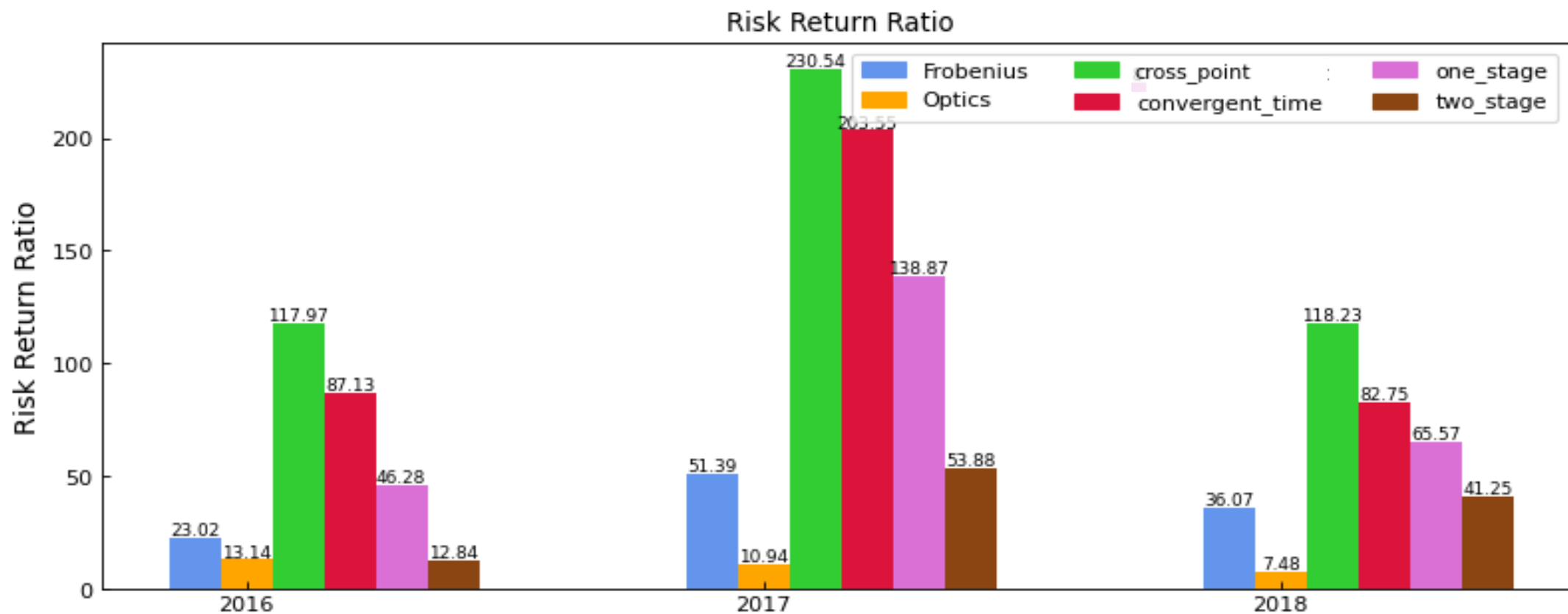
判斷交錯均
值次數多寡



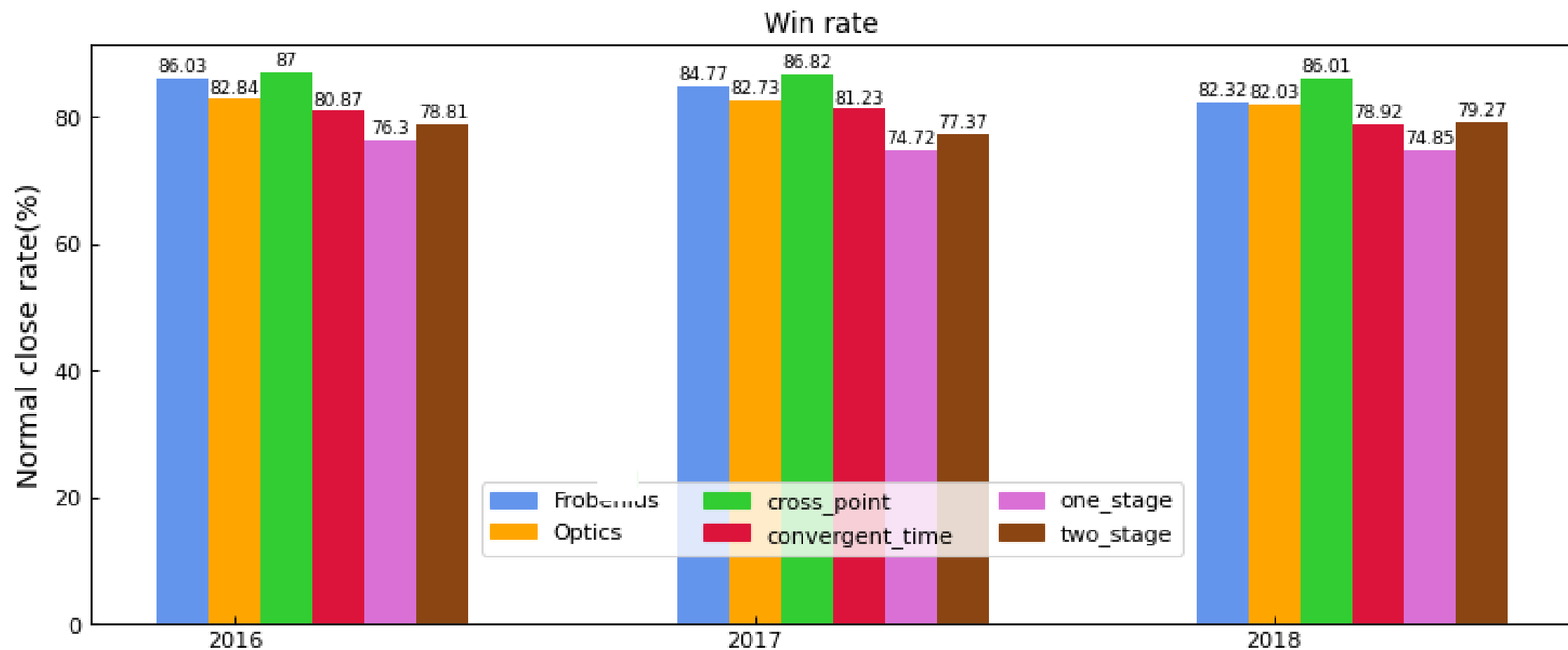
判斷均值收
斂時間長短

無時間趨勢

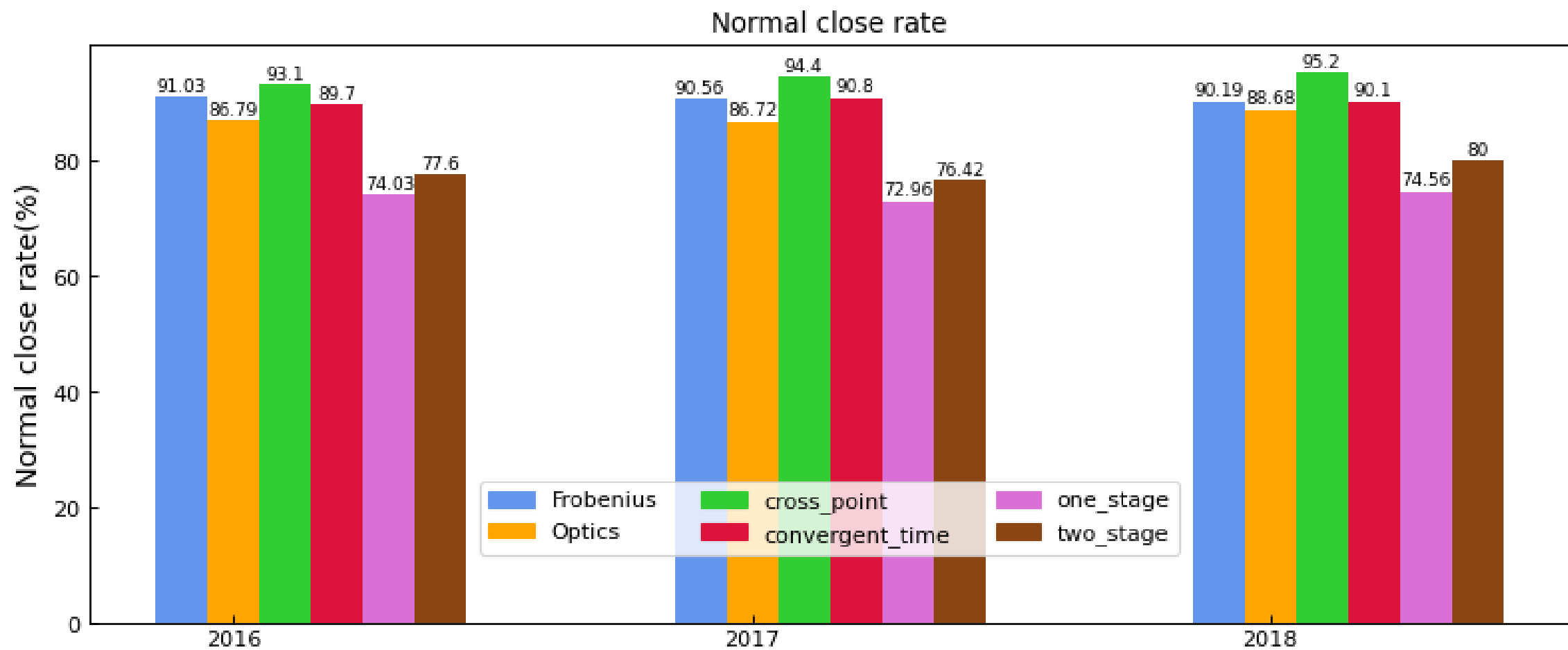
Risk Return Ratio=profit/MDD



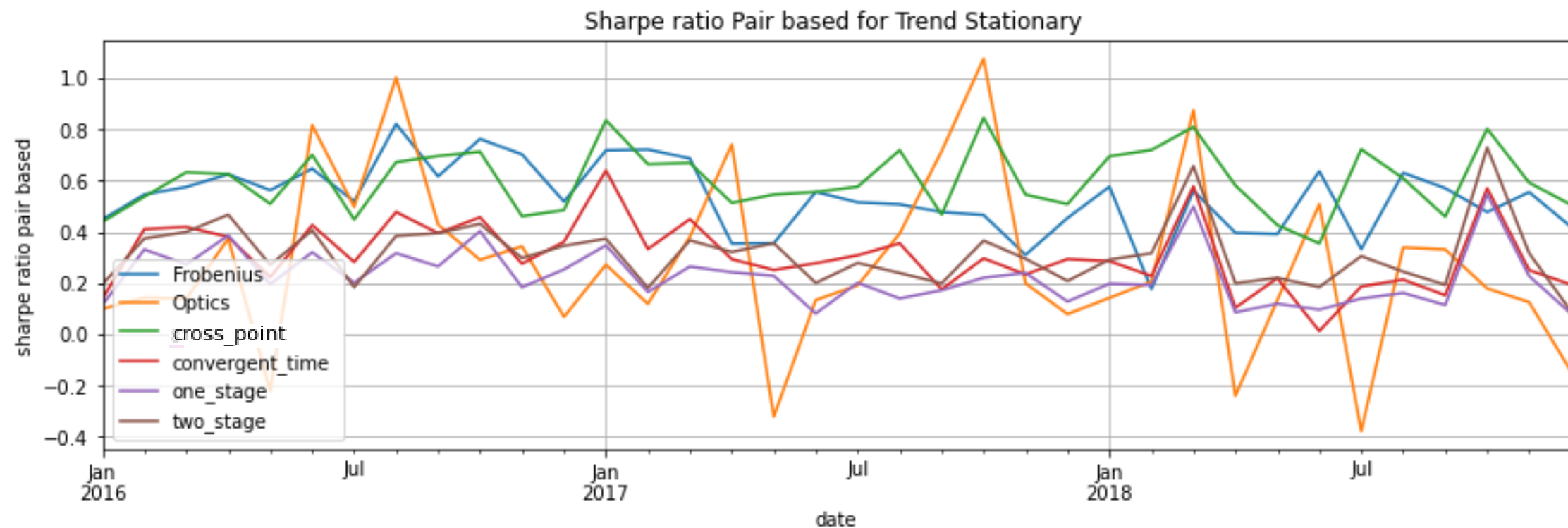
無時間趨勢



無時間趨勢



無時間趨勢



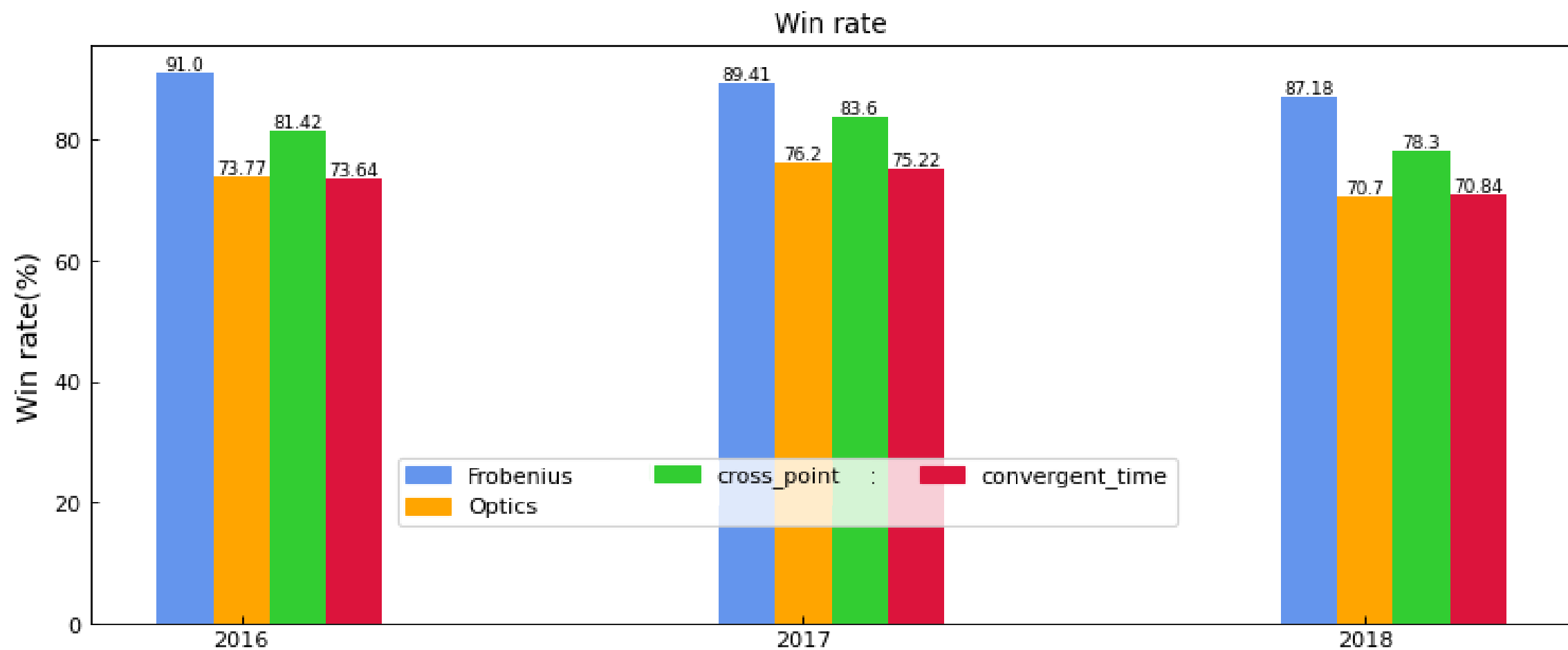
策略	Frobenius	Optics	交錯個數 篩選法	時間收斂篩選 法(門檻6)	One_stage	Two_stage
平均 sharpe ratio pair based	0.531	0.282	0.518	0.303	0.225	0.298

具時間趨勢

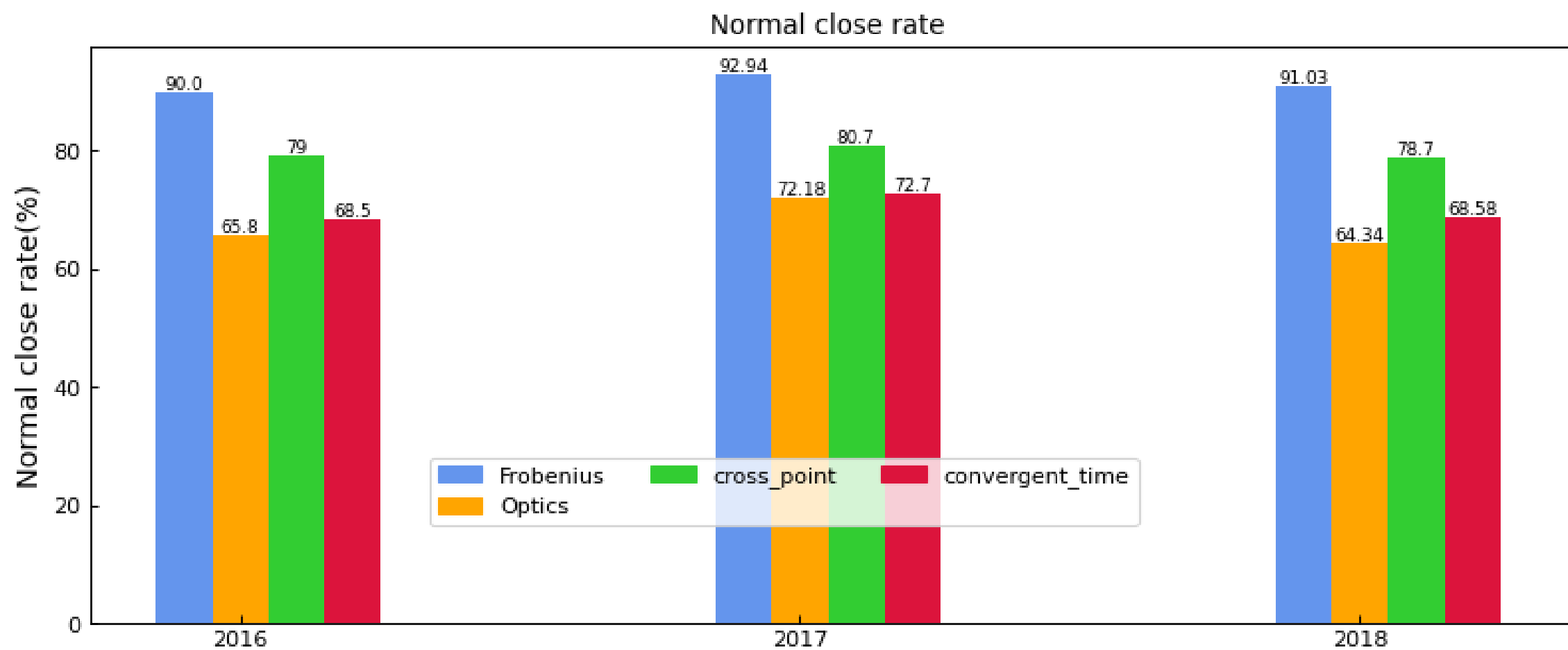
Risk Return Ratio=profit/MDD



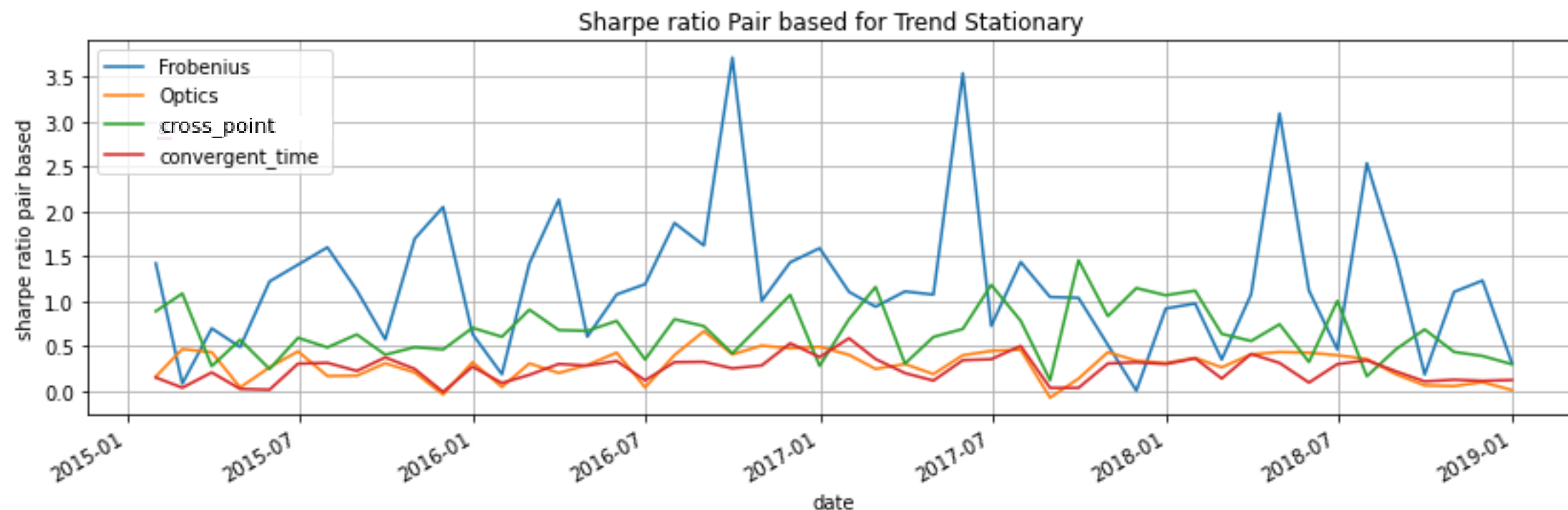
具時間趨勢



具時間趨勢



具時間趨勢



策略	Frobenius	Optics	交錯個數篩選法	時間收斂篩選法(門檻4)
平均 sharpe ratio pair based	0.861	0.248	0.564	0.235

5. 結論

結論

五種交易策略

降低結構性改變

提高單次交易報酬

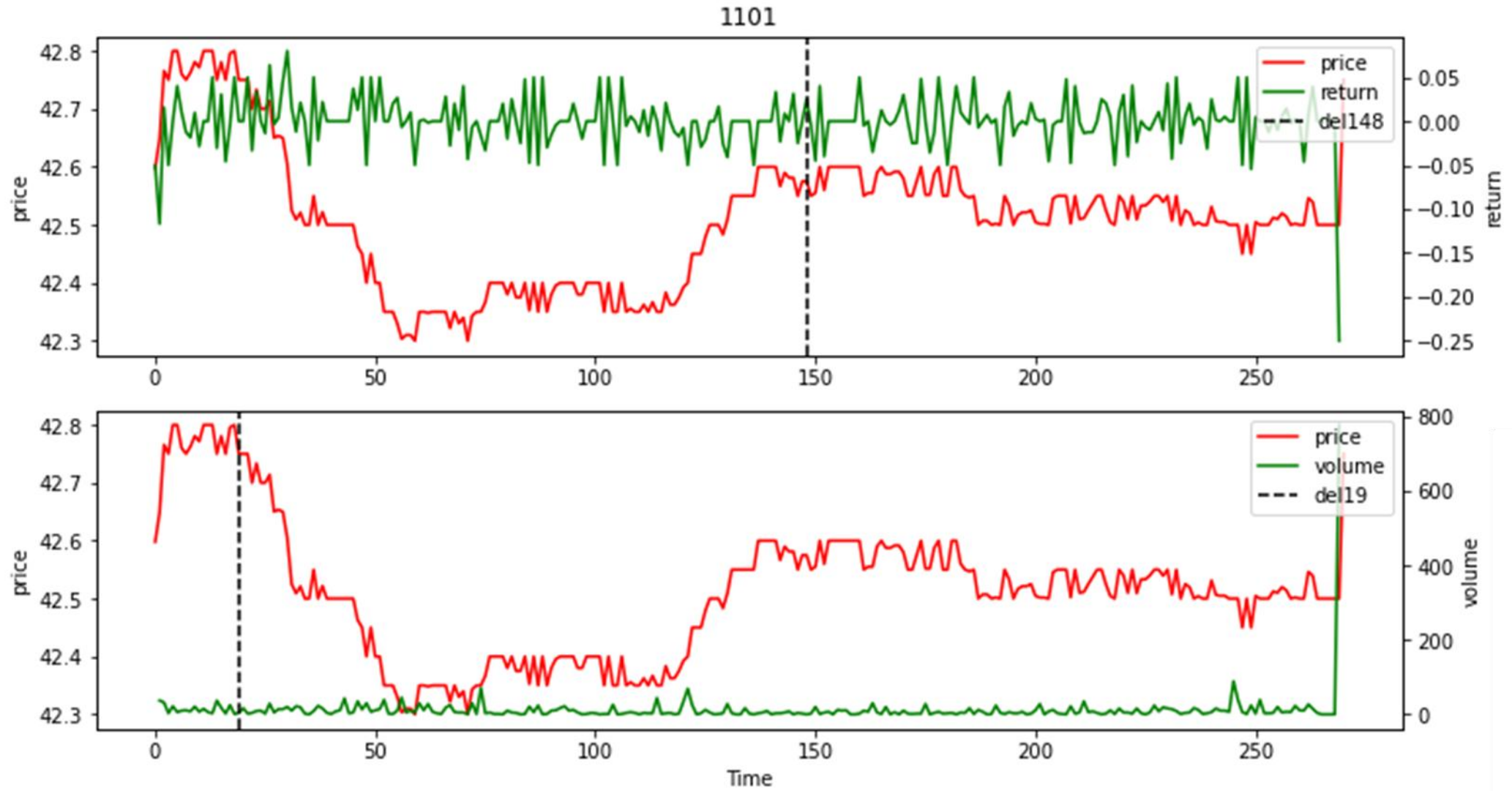
績效指標	Barnett 篩選法 (Barnett)	Frobenius 篩選法 (Frobenius)	Cumsum搭 配最大概似 法 (MLE)	固定刪除早盤 前16分鐘 (original)	無刪除早盤 不穩定期間 (nodel)
勝率	88.60%	84.10%	81.39%	79.02%	77.62%
正常平倉率	95.74%	89.97%	85.69%	82.07%	76.69%
MDD	38.04	40.78	950.07	2823.71	1611.75
Sharpe ratio Pair based	0.762	0.671	0.365	0.292	0.221
交易次數	5654	16593	144083	226649	226312

運算速度相差2~4倍

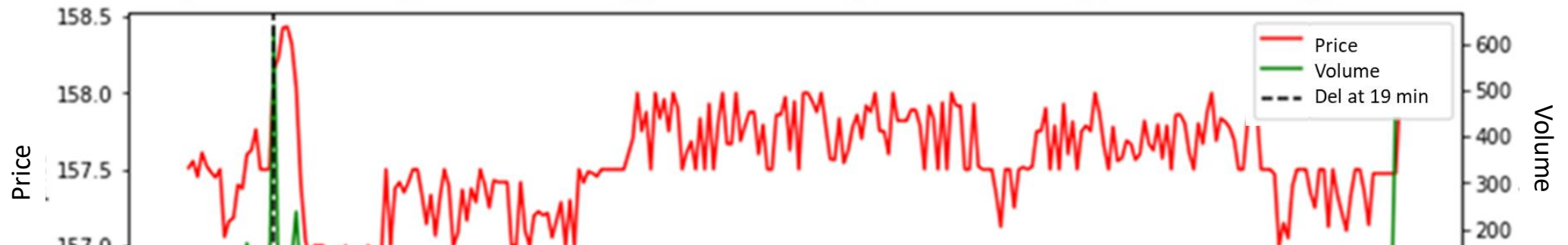
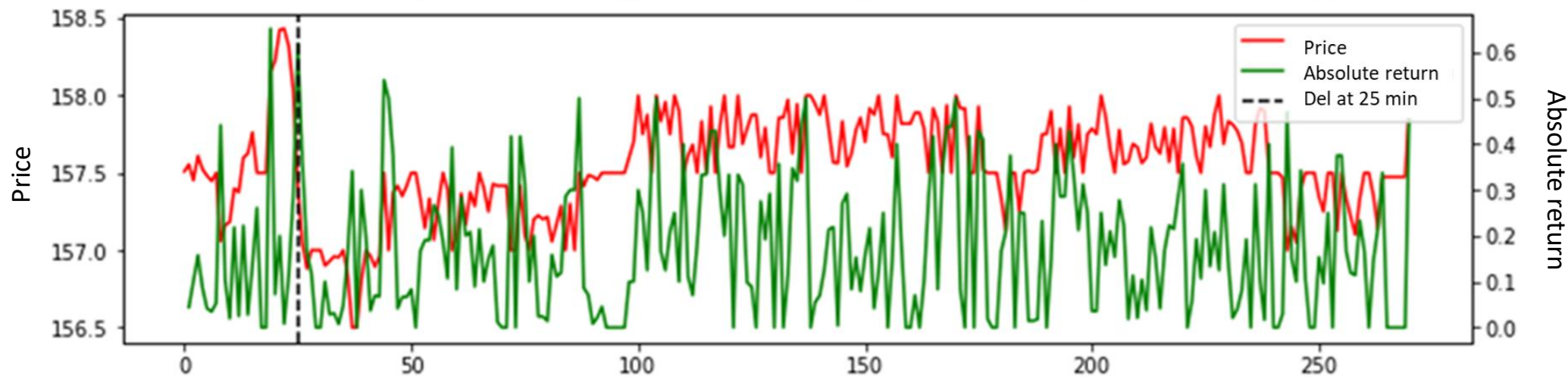
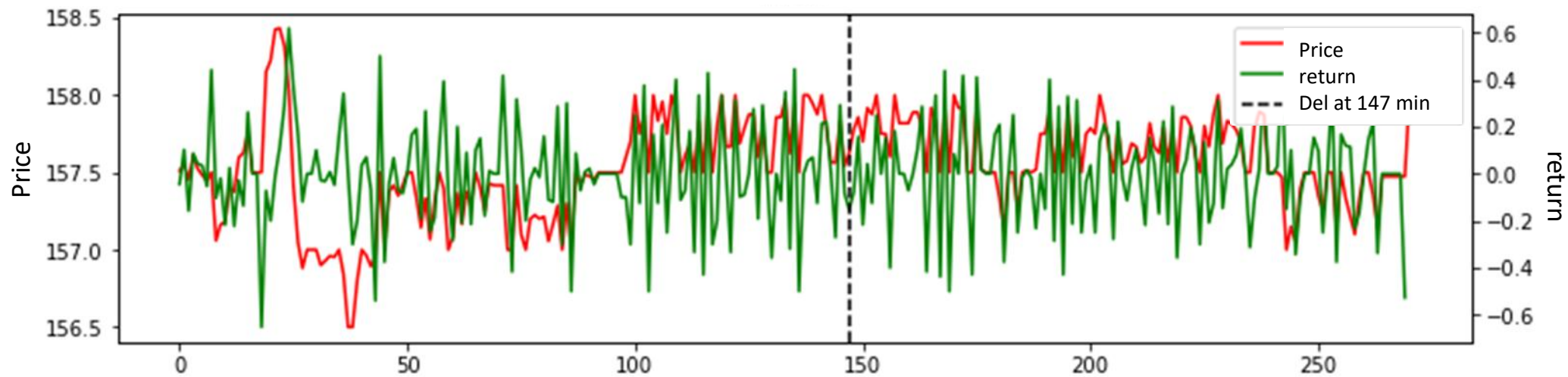
THE END

APPENDIX

Year	Open times MLE /Frobenius	Profit	Sharpe ratio	Sharpe ratio pair base	Sortino ratio daily base	MDD	Normal close rate	Win rate
2015	32457 / 3709	5174 / 614	6.272 / 7.243	0.381 / 0.791	7.015 / 8.599	565.78 / 40.78	85.31% / 87.73%	80.92% / 82.31%
2016	38279 / 4468	7107 / 986	7.694 / 11.675	0.513 / 0.917	7.924 / 22.040	709.51 / 21.893	86.65% / 91.03%	82.95% / 86.03%
2017	31362 / 4045	9115 / 1343	15.885 / 12.872	0.484 / 0.846	24.420 / 24.956	184.18 / 24.61	87.07% / 90.56%	82.90% / 84.77%
2018	32428 / 4028	11309 / 1266	1.834 / 12.279	0.340 / 0.841	8.995 / 18.876	950.07 / 31.93	85.67% / 90.19%	79.15% / 82.32%
Year	Open times MLE /Frobenius	Profit	Sharpe ratio	Sharpe ratio pair base	Sortino ratio daily base	MDD	Normal close rate	Win rate
2015	2570 / 80	717 / 31	2.988 / 3.41	0.635 / 2.105	3.174 / 5.343	177.76 / 2.74	73.19% / 90.00%	77.20% / 86.25%
2016	2676 / 100	747 / 28	4.451 / 3.601	0.806 / 4.375	5.136 / 2.180	102.17 / 4.98	78.03% / 90.00%	80.04% / 91.00%
2017	1980 / 85	860 / 47	6.733 / 3.594	0.671 / 3.657	10.591 / 15.146	52.79 / 1.21	81.11% / 92.94%	80.81% / 89.41%
2018	2331 / 78	1460 / 31	7.539 / 2.551	0.751 / 5.975	11.952 / 2.378	69.31 / 5.18	83.31% / 91.03%	79.58% / 87.18%



2498



Year model123	Open times Barnett /Frobenius	Profit	Sharpe ratio	Sharpe ratio pair base	Sortino ratio daily base	MDD	Normal close rate	Win rate
2015	1285 /3709	323.16 /614.47	5.359 /7.243	0.629 /0.405	5.568 /8.599	38.04 /40.78	95.95% /87.73%	88.87% /82.31%
2016	1321 /4468	373.41 /986	8.864 /11.675	0.851 /0.603	14.41 /22.04	12.7 /21.89	95.84% /91.03%	90.31% /86.03%
2017	1378 /4045	619.64 /1343	11.471 /12.872	0.739 /0.512	26.782 /24.956	13.35 /24.61	95.50% /90.56%	89.48% /84.77%
2018	1525 / 4028	699 / 1266	5.426 / 12.279	0.563 / 0.479	13.686 / 18.876	27.42 / 31.93	96.00% / 90.19%	86.36% / 82.32%
Year Model45	Open times Barnett /Frobenius	Profit	Sharpe ratio	Sharpe ratio pair base	Sortino ratio daily base	MDD	Normal close rate	Win rate
2015	29 /80	13 /31	2.416 /3.41	1.474 /2.105	4.622 /5.343	1.74 /2.74	86.21% /90.00%	79.31% /86.25%
2016	28 /100	24 /28	3.327 /3.601	4.686 /0.951	13.311 /2.18	0.6 /4.98	92.86% /90.00%	92.86% /91.00%
2017	35 /85	27 /47	4.349 /3.594	2.838 /3.657	9.197 /15.146	1.12 /1.21	91.43% /92.94%	91.43% /89.41%
2018	52 /100	25 /47	2.845 /3.594	1.422 /0.951	6.656 /15.146	2.06 /1.21	86.22% /92.94%	81.12% /89.41%

