

評價反向房屋貸款加長期 照顧

學生：馬少鈞

指導教授：戴天時教授

Introduction

Introduction

- 由於高齡化帶來的財政負擔及社會福利問題，反向房屋貸款 (Reverse Mortgage, RM)，提供了解決方案。屋主可透過自己名下的房地產抵押給銀行，換取每個月生活的年金收入，以保障老年生活
- RM只考慮借款人的生死狀況，並未考慮到借款人生病的情形，因此這邊我們把RM加上LTC，以解決此問題
- 根據過往討論關於RM+LTC的論文，大多沒有提及提前解約，而這邊我們也把提前解約的風險加進去，進一步討論有無解約權對可貸成數的影響

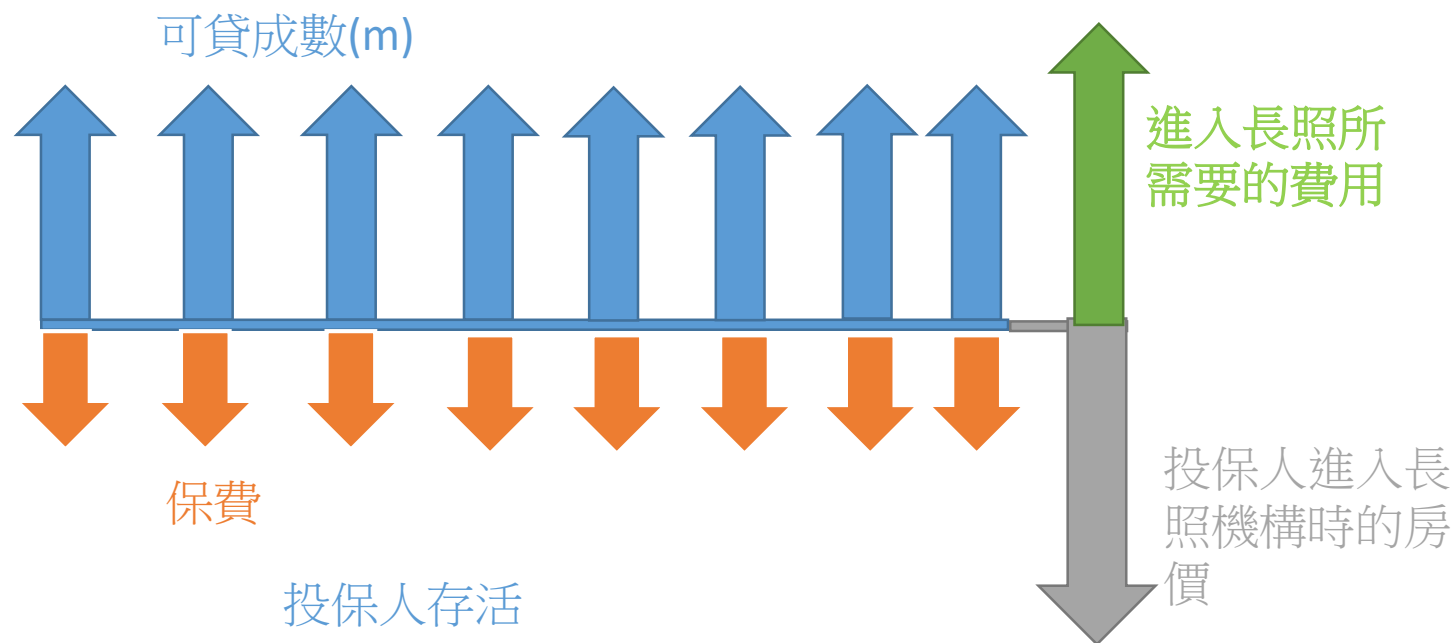
	房價模型	利率模型	狀態轉換模型	效用	保費	是否為RM+LTC	是否為夫妻共保
<u>K Hanewald, T Post, M Sherris (2016)</u>	$H(t)=H(0)*(1+g)$	固定利率	X	有(由consumption和bequest組成)	有	是	否
<u>L Ma, J Zhang, D Kannan(2017)</u>	geometric Brownian motion	Vesicek model	Three state Markov model	無	無	是	否
<u>Yugu Xiao (2011)</u>	geometric Brownian motion	固定利率	Markov model	有 (財富增加的凹效用函數)	無	是	否
<u>C Bonnet, S Juin, A Laferrère (2006)</u>	給定房價	固定利率	利用健康殘障等統計資料建構機率和失能軌跡	無	無	是	否
<u>M Ji, M Hardy, JSH Li (2016)</u>	geometric Brownian motion	固定利率	semi-Markov multiple state model	無	無	是	是
<u>T Shi, YT Lee (2021)</u>	geometric Brownian motion	Hull-White model	Mortality:Lee and Carter (1992)’s mortality model, Morbidity:three-state Markov process	無	有	無	否
本篇	geometric Brownian motion	Hull-White model	Markov chain model (分成六種狀態)	無	有	是	否

	給付方式	提前解約	評價方式
<u>K Hanewald, T Post, M Sherris</u> (2016)	沒特別說明	無	用utility來判斷RM和HR哪個好，結論是RM相對於HR來更好
<u>L Ma, J Zhang, D Kannan</u> (2017)	健康：每年年初支付年金給被保險人 無自理能力：也會給付年金，只是房子會給銀行，被保險人會送去nursing home	無	預期房價 等於 預期年金
Yugu Xiao (2011)	年金	無	從保險公司方面來看，沒有考慮保險風險下的預期效用等於有考慮保險風險下的預期效用
<u>C Bonnet, S Juin, A Laferrère</u> (2006)	根據不同失能activities of daily living(ADL) 會有不同的長照需求，再用請看護(每周多少小時)時間乘上價格來計算「LTC 成本」	無	不是評價，但結果顯示用RM來支付LTC意願會提高
<u>M Ji, M Hardy, JSH Li</u> (2016)	Lump-sum	有 只有給提前解約的機率，但無特別說明數據如何產生	歐式選擇權 利用每一期的選擇權價值乘上提前解約機率
<u>T Shi, YT Lee</u> (2021)	Lump-sum	有 用回歸方式估計 $Y_x(t) = \beta_x(t) + \alpha_{x,1} \ln\left(\frac{H(t)}{H(0)}\right) + \alpha_{x,2} [r(t) - r(0)]$	預期保險成本現值需等於預期保險溢酬現值
本篇	年金	有 每個時間點，計算最適履約策略	期望損失等於期望利益 (無繼承人：LL=MIP+NE 有繼承人：LL=MIP)

- 我們結合RM的模型以及LTC模型，先利用LTC模型計算出進入無自理能力瞬間所需要的金額，再把這筆金額(進入長照所需費用會較只領RM的年金高)帶入我們模型，計算出公平的可貸成數，可以發現RM加上LTC可貸成數低於RM，這是符合預期
- 模型會有兩種方式，一種為狀態只分成有無自理能力，另一種為有狀態細分，可以發現在無解約時，兩種方式計算出可貸成數相同，但在有解約情況下，可貸成數就會有明顯差距，這是因為會有訊息隱藏的問題(hidden information)。無解約狀態，因為合約一開始被保險人皆為健康狀態，就算合約期間狀態改變，但由於無解約選擇，因此無訊息隱藏的問題(hidden information)，但加入解約選擇權後，就會有此問題，若忽略掉這部分，而使用有無自理能力評價，就會使得可貸成數高估，因此有將狀態細分，則可得到最適的可貸成數

若考慮RM(單人)加入類長照

現金流



- 進入長照所需要的費用是從未來每一期所需要的長照費用透過約定利率折現到進入無自理能力的瞬間金額
- 加入類長照後，仍會保持RM的特性，因為房價或銀行支付的年金都具不確定性，因此會有一筆貸款保險金

加入類長照的RM評價模型概述

運算主要使用的變數有以下四種

- 累積貸款金額(Loan Amount)

計算在不同狀態(期數、利率點)下貸款人的累積貸款金額

- 貸款人損失(Lender Loss)

(累積貸款金額 + 長照所需費用 - 房價) 取正，計算貸款人因為房價過低的損失

- 貸款保險金(Mortgage Insurance Premium)

借款人為了彌補貸款人的不確定性，每期所支付的保險金

- 房屋殘值(Net Equity)

(房價 - 累積貸款金額 - 長照所需費用) 取正，計算貸款人因為房價夠高而獲得的收益

加入類長照的RM評價模型概述

主要使用的維度有以下五種

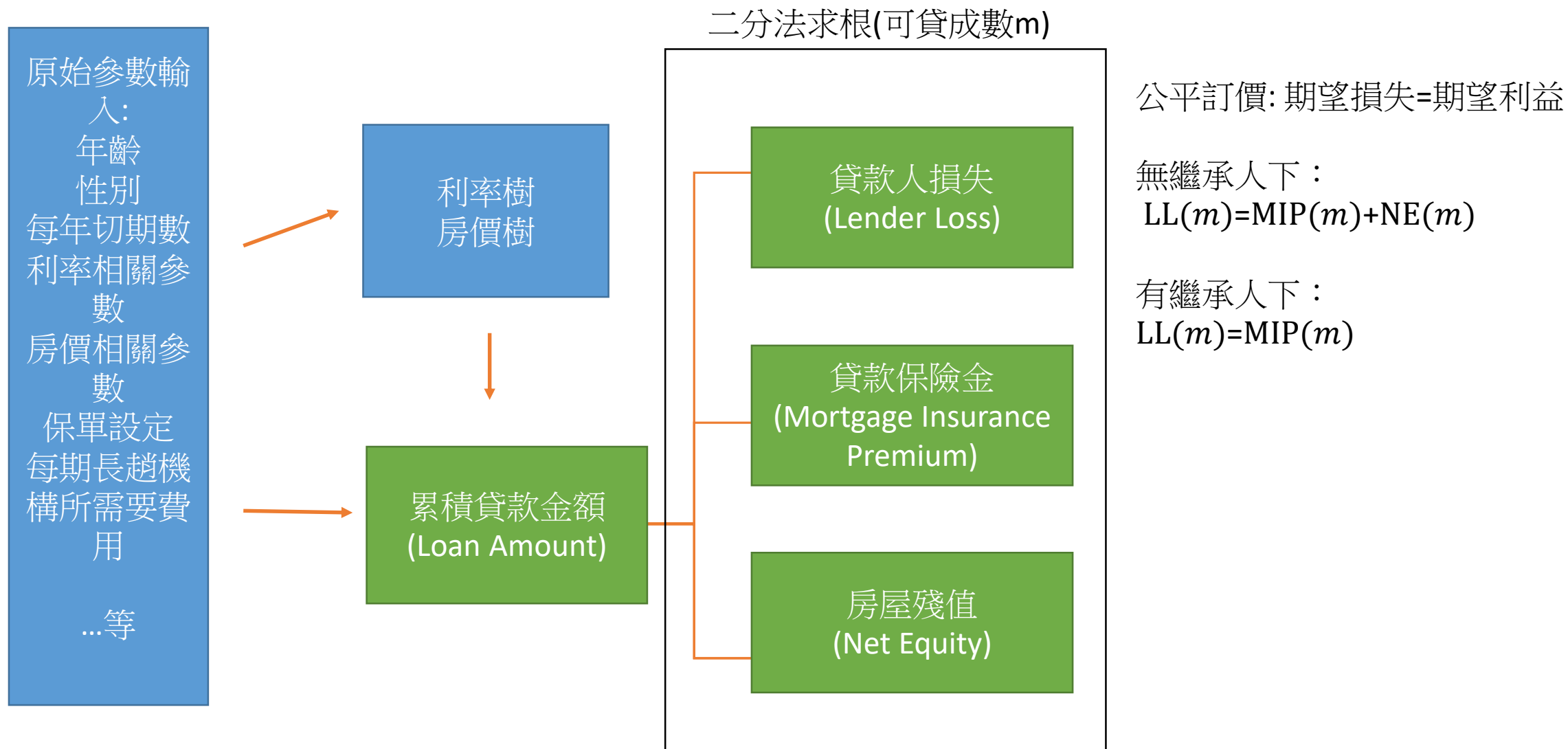
- 期數(t) – 模型假設投保人最大只活到100歲
- 利率點(n) – 當期的短期利率
- 房價點(i) – 紀錄不同利率路線，所產生的房價
- 狀態點(l) – 當期貸款人的身體狀態
- 代表點(o) – 模型外生給定，會影響運算速度與精度

我們會先使用以上的維度建立累積貸款金額的樹

透過累積貸款金額的樹去backward出MIP、LL、NE

最後在期初推得可貸成數 m

加入類長照的RM評價模型概述



本篇論文合約的假設

- 先前**RM**的假設為被保險人死亡時，合約結束，房子歸銀行所有
- 加入**LTC**之後，除了考慮死亡，還需要判斷被保險人是否有自理能力，若無自理能力，則借款人會進入長照機構，合約結束，房子歸銀行所有

模型設定

原始機率：

$$M_t = \begin{matrix} & & & \begin{matrix} \text{t+1期} \\ \text{1} & \text{2} & \text{3} & \text{4} & \text{5} & \text{6} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{t期} \\ \text{1} \\ \text{2} \\ \text{3} \\ \text{4} \\ \text{5} \\ \text{6} \end{matrix} & \begin{bmatrix} P_{11,t} & P_{12,t} & P_{13,t} & P_{14,t} & P_{15,t} & P_{16,t} \\ 0 & P_{22,t} & P_{23,t} & P_{24,t} & P_{25,t} & P_{26,t} \\ 0 & 0 & P_{33,t} & P_{34,t} & P_{35,t} & P_{36,t} \\ 0 & 0 & 0 & P_{44,t} & P_{45,t} & P_{46,t} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{55,t} & P_{56,t} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

1為健康、2為輕度身障、3為中度身障、4為重度身障、5為極重度身障、6為死亡

機率修改：

投保當下一一定為健康 $V_0 = (1,0,0,0,0,0)$, $V_t = V_{t-1}M_{t-1}$

- 分成三部分：

1. 有自理能力(健康、輕度、中度、重度)

- 投保當下一一定為健康狀態

$$P(\text{有自理能力}_0) = 1$$

- 第一年有自理能力的機率為馬可夫轉換機率在當期健康狀態下，下一期為健康、輕度、中度、重度的機率加總

$$P(\text{有自理能力}_1) = \sum_{i=1}^4 V_1(i)$$

- 第一年之後的機率需考慮前一期為有自理能力的狀況，因此機率會變

$$P(\text{有自理能力}_{t+1} | \text{有自理能力}_t) = \frac{P(\text{有自理能力}_{t+1})}{P(\text{有自理能力}_t)} = \frac{\sum_{i=1}^4 V_{t+1}(i)}{\sum_{i=1}^4 V_t(i)}$$

2. 無自理能力(極重度殘障)

- 投保當下一定為健康狀態，因此在第一年無自理能力機率就是馬可夫轉換機率在當期健康狀態，且下一期進入極重度的機率

$$P(\text{無自理能力}_1) = V_1(5)$$

- 第一年之後的機率需考慮前一期為有自理能力的狀況，且也要排除前一期已經進入極重度，且這期維持極重度的機率

$$\begin{aligned} P(\text{無自理能力}_{t+1} | \text{有自理能力}_t) &= \frac{P(\text{無自理能力}_{t+1}) - P(\text{無自理能力}_t)P_{55,t}}{P(\text{有自理能力}_t)} \\ &= \frac{V_{t+1}(5) - V_t(5)P_{55,t}}{\sum_{i=1}^4 V_t(i)} \end{aligned}$$

$$P(\text{無自理能力}_{t+1})$$

$$= V_{t+1}(5)$$

$$= V_t(1) * P_{15,t} + V_t(2) * P_{25,t} + V_t(3) * P_{35,t} + V_t(4) * P_{45,t} + V_t(5) * P_{55,t}$$

3. 死亡

- 投保當下一一定為健康狀態，因此在第一年死亡機率就是馬可夫轉換機率在當期健康狀態，且下一期進入死亡的機率

$$P(\text{死亡}_1) = V_1(6)$$

- 第一年之後的機率需考慮前一期為有自理能力的狀況，且也要排除前一期已經進入極重度，且這期變成死亡的機率，還有前一期已經死亡的機率

$$\begin{aligned} P(\text{死亡}_{t+1} | \text{有自理能力}_t) &= \frac{P(\text{死亡}_{t+1}) - P(\text{無自理能力}_t)P_{56,t} - P(\text{死亡}_t)}{P(\text{有自理能力}_t)} \\ &= \frac{V_{t+1}(6) - V_t(5)P_{56,t} - V_t(6)}{\sum_{i=1}^4 V_t(i)} \end{aligned}$$

其中 $P(\text{死亡}_{t+1})$

$$= V_{t+1}(6)$$

$$\begin{aligned} &= V_t(1) * P_{16,t} + V_t(2) * P_{26,t} + V_t(3) * P_{36,t} + V_t(4) * P_{46,t} \\ &\quad + V_t(5) * P_{56,t} + V_t(6) \end{aligned}$$

累積貸款金額

累積貸款金額(Loan Amount)

- 本期累積貸款金額 L_t = 上期累積貸款金額 L_{t-1} 複利 + 本期保費 + 本期年金
- 本期保費 = 上期累積金額複利乘保險費率 = $L_{t-1} * e^{r_{t-1}\Delta t} * \pi\Delta t$
- $L_t = L_{t-1} * e^{r_{t-1}\Delta t} + L_{t-1} * e^{r_{t-1}\Delta t} * \pi\Delta t + mH_0\Delta t$
 $= mH_0\Delta t + L_{t-1}(1 + \pi\Delta t)e^{r_{t-1}\Delta t}$

m: 可貸成數
 π : 保險費率

- 計算 t 的時候會使用到前一期 $t-1$ 的利率，而利率是由Hull-White Tree張開的，所以我們會根據建出的Hull-White Tree來展開L的樹

$$L_{t,n} = mH_0\Delta t + L_{t-1,i}(1 + \pi\Delta t)e^{r_{t-1,i}\Delta t}$$

但因為利率的路線問題會導致L樹上一個節點要儲存大量的值，以右圖C點為例

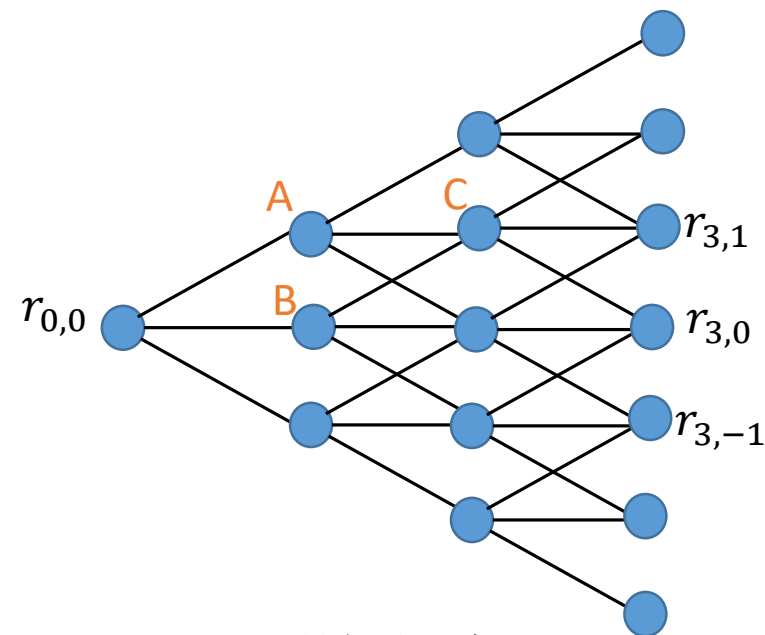
如果是經過A到C點，則

$$L_{2,1} = mH_0\Delta t + L_{1,1}(1 + \pi\Delta t)e^{r_{1,1}\Delta t}$$

如果是經過B到C點，則

$$L_{2,1} = mH_0\Delta t + L_{1,0}(1 + \pi\Delta t)e^{r_{1,0}\Delta t}$$

隨著期數增加，Lond Amount數量大增會嚴重拖累運算速度，因此我們引入了「代表點」的做法



利率點示意圖

貸款保險金

貸款保險金(Mortgage Insurance Premium)

- 貸款保險金 = 當期保費 + 未來保費的期望折現
因為包含了“未來” 因此我們使用backward計算

- 第 t 期保費 = 保險費率 $\times$ 累積貸款金額 $\times$ 複利 = $\pi \Delta t \times L_{t-1} \times e^{r_{t-1} \Delta t}$

為了方便計算，我們利用累積貸款金額的式子將第 t 期保費轉換成 L_t 的函數

- 本期累積貸款金額 L_t = 上期累積貸款金額 L_{t-1} 複利 + 本期(t)保費 + 本期年金

$$L_t = mH_0\Delta t + L_{t-1}(1 + \pi\Delta t)e^{r_{t-1}\Delta t}$$

$$L_{t,n,o} = mH_0\Delta t + L_{t-1,n,o}(1 + \pi\Delta t)e^{r_{t-1}\Delta t}$$

$$L_{t,n,o} - mH_0\Delta t = L_{t-1,n,o}(1 + \pi\Delta t)e^{r_{t-1}\Delta t}$$

$$\text{第}t\text{期保費} = \pi\Delta t \times L_{t-1,n,o} \times e^{r_{t-1}\Delta t} = \pi\Delta t \times \frac{L_{t,n,o} - mH_0\Delta t}{(1 + \pi\Delta t)}$$

我們使用上式可以直接將Loan Amount樹上的節點轉換成當期保費

- 接著考慮到未來的保險金折現，此處必須使用backward計算

1. 只將狀態分成有無自理能力

$$MIP_{t,n,o} = \pi \Delta t \frac{L_{t,n,o} - mH_0 \Delta t}{(1 + \pi \Delta t)} + P_{有有,t-1} e^{-r_{t,n} \Delta t} [p_u MIP_{t+1,n+1,o*} + p_m MIP_{t+1,n,o*} + p_d MIP_{t+1,n-1,o*}]$$

$P_{有有,t}$: 給定t期有自理能力情況下，在t+1期維持有自理能力的機率。貸款人有自理能力才會有未來的保險金能折現

p_u, p_m, p_d : 利率變動的機率

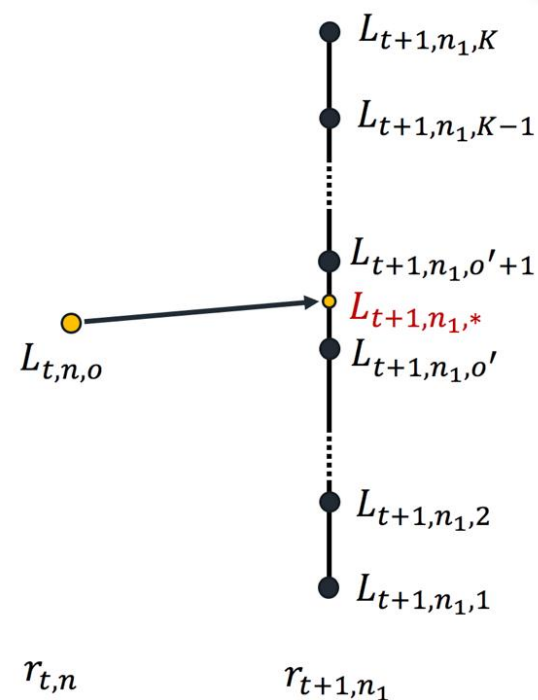
2. 將狀態細分

$$MIP_{t,n,o,l} = \pi \Delta t \frac{L_{t,n,o} - mH_0 \Delta t}{(1 + \pi \Delta t)} + \sum_{j=l}^4 P_{lj,t} e^{-r_{t,n} \Delta t} [p_u MIP_{t+1,n+1,o*,j} + p_m MIP_{t+1,n,o*,j} + p_d MIP_{t+1,n-1,o*,j}]$$

$P_{li,t}$: 給定t期l狀態下，在t+1期變成i的機率。貸款人有自理能力($l=1,2,3,4$)才會折現

p_u, p_m, p_d : 利率變動的機率

由於利率路線的因素，做backward的時候可能會有無法對應到代表點的問題，此法解決



貸款人損失

貸款人損失(Lender Loss)

- 貸款人損失(LL)主要來自當被保險人死亡時，當時的房價以及累積支付的貸款金額，即 $LL_t = \max(L_t - H_t, 0)$ ，以及當被保險人進入無自理能力時，即 $LL_t = \max(L_t + A_t - H_t, 0)$ ，但我們不可能在 $t-1$ 期時預測到貸款人會在時間點 t 死亡或進入無自理能力
 - 因此我們將損失計作 LL 期數 t ,利率點 n ,代表點 o ,房價點 i ,狀態點 $l = LL(L_{t,n,o}, H_{t,n,i}, A_t)$
- 並將貸款人損失區分成有自理能力的損失和無自理能力的損失以及死亡損失

$$Lender\ Loss_{t-1} = e^{-r\Delta t} E[Lender\ loss_t(r, H)]$$

有自理能力

無自理能力

死亡

狀態只分成有無自理能力：

$P_{有有,t-1} \times$ 未來貸款人損失

$$P_{有無,t-1} [L_{t,n,o} + A_t - H_{t,n,i}]^+$$

$$P_{有d,t-1} [L_{t,n,o} - H_{t,n,i}]^+$$

狀態有細分：

$$\sum_{i=l}^4 P_{li,t-1} \times \text{未來貸款人損失}$$

$$P_{l5,t-1} [L_{t,n,o} + A_t - H_{t,n,i}]^+$$

$$P_{l6,t-1} [L_{t,n,o} - H_{t,n,i}]^+$$

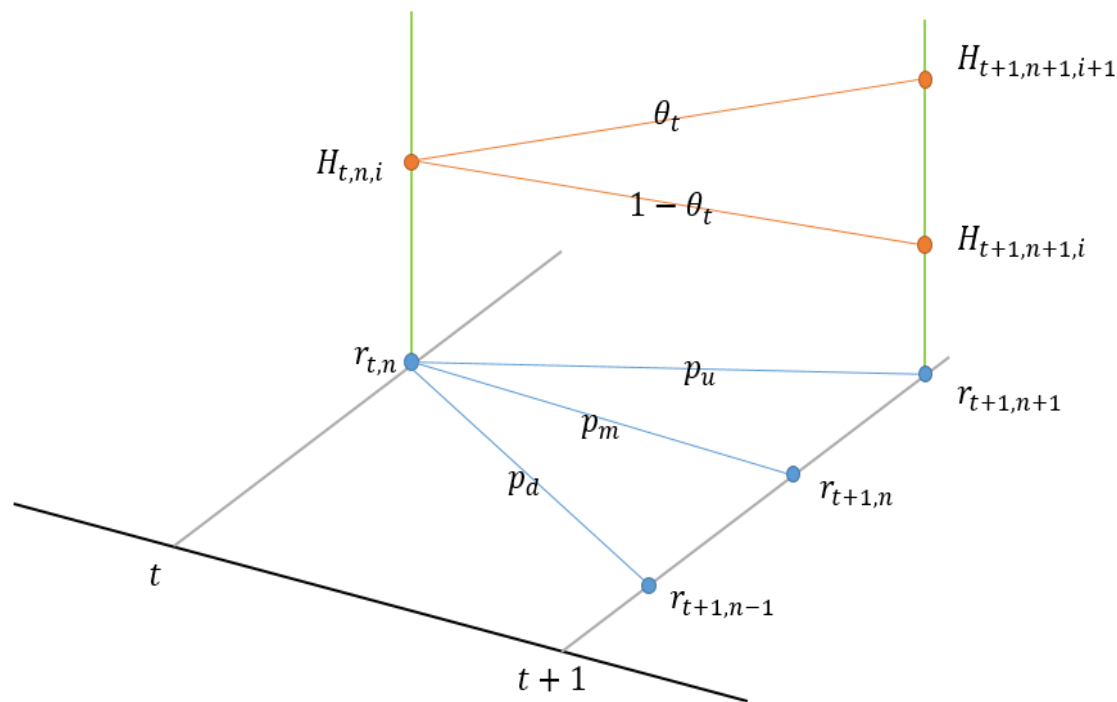
- 有自理能力的損失需要使用backward計算，因為房價跟利率有相關性，所以我們再細分成利率上漲 p_u 、持平 p_m 、下跌 p_d ，和房價的上漲跟下跌

狀態區分成有無自理能力：

$$\begin{aligned}
 & LL(L_{t,n,o}, A_t, H_{t,n,i} | P_{有有,t-1}) \\
 &= LL(L_{t,n,o}, A_t, H_{t,n,i} | P_{有有,t-1}, p_u) \\
 &+ LL(L_{t,n,o}, A_t, H_{t,n,i} | P_{有有,t-1}, p_m) + LL(L_{t,n,o}, A_t, H_{t,n,i} | P_{有有,t-1}, p_d)
 \end{aligned}$$

狀態細分(原始機率)：

$$\begin{aligned}
 & LL(L_{t,n,o}, A_t, H_{t,n,i} | \sum_{i=l}^4 P_{li,t-1}) \\
 &= LL(L_{t,n,o}, A_t, H_{t,n,i} | \sum_{i=l}^4 P_{li,t-1}, p_u) \\
 &+ LL(L_{t,n,o}, A_t, H_{t,n,i} | \sum_{i=l}^4 P_{li,t-1}, p_m) \\
 &+ LL(L_{t,n,o}, A_t, H_{t,n,i} | \sum_{i=l}^4 P_{li,t-1}, p_d)
 \end{aligned}$$



房屋殘值

房屋殘值(Net Equity)

- 房屋殘值定義為當貸款人無自理能力或死亡後，銀行依據房價的獲利

$$\text{死亡：} NE_{t,n,o,i} = \max(H_{t,n,i} - L_{t,n,o}, 0)$$

$$LL_t = \max(L_t - H_t, 0)$$

$$\text{無自理能力：} NE_{t,n,o,i} = \max(H_{t,n,i} - L_{t,n,o} - A_t, 0)$$

$$LL_t = \max(L_t + A_t - H_t, 0)$$

與前述的貸款人損失(Lender Loss)剛好相反

其他計算方式、backward方式也都與貸款人損失相同

解約選擇權

解約選擇權

- 我們在每個節點計算兩個變數Value Gain與Value Loss來判斷解約與否
- 當解約的情況發生($VG > VL$)時，我們重置該點的MIP、LL、NE

- Value Gain: 解約當下貸款人能獲得的價值

$$VG_{t,n,o,i} = H_{t,n,i} - L_{t,n,o} - Penalty_{t,n,o,i}$$

Penalty通常會設定成L的某個比例

VG可以直接使用累積貸款金額的樹與房價的樹算出來

- Value Loss: 解約當下貸款人失去的價值

Case 1：有無繼承人

- 無繼承人：

Value Loss= 未來所有年金的折現 + 未來的解約選擇權的價值折現+下一期進入極重度狀態到長照機構所需要的費用

- 有繼承人：

Value Loss= 未來所有年金的折現 + 未來的解約選擇權的價值折現+下一期進入極重度狀態到長照機構所需要的費用+未來的NE的期望折現

Case 2：貸款人現在狀態

- 因為在不同狀態下，貸款人對於VL的感受會不一樣，以*l*表示貸款人狀態(1為健康、2為輕度殘障、3為中度殘障、4為重度殘障、5為極重度殘障、6為死亡)

- 當該節點 $VG > VL$ 時表示貸款人在該節點選擇解約，也就表示在該點合約失效，我們依此重設MIP、LL、NE

MIP重設為當期保費+當期解約的違約金(if有自理能力)

LL 重設為本期貸款人死亡或進入極重度狀態的貸款人損失
(假設貸款人在這期死亡或進入極重度的狀態)

NE 重設為本期貸款人死亡或進入極重度狀態的房屋殘值

$$MIP_{t,n,o,i,l} = \pi \Delta t \frac{L_{t,n,o} - mH_0 \Delta t}{1 + \pi \Delta t} + \sum_{i=l}^4 P_{li,t-1} * Penalty_{t,n,o}$$

$$LL_{t,n,o,i,l} = P_{l6,t-1} [L_{t,n,o} - H_{t,n,i}]^+ + P_{l5,t-1} [L_{t,n,o} + A_t - H_{t,n,i}]^+$$

$$NE_{t,n,o,i,l} = P_{l6,t-1} [H_{t,n,i} - L_{t,n,o}]^+ + P_{l5,t-1} [H_{t,n,i} - L_{t,n,o} - A_t]^+$$

其中 $l = 1、2、3、4$

數值結果

數值結果

• 參數設定

被保人投保年齡	60~100	投保年齡	60
身心障礙資料	衛生福利部 互動式指標查詢	總人口資料	中華民國內政部戶政司全球 資訊網 人口統計資料庫
死亡人口資料	中華民國內政部戶政司全球 資訊網 人口統計資料庫	期初房價	10000000
累積貸款金額代表點	10	每年切期數	1
房價波動度	0.45	利率波動度	0.0001
利率均值回歸率	0.037	房租率	0.02
房價利率相關係數	0.0252	保費率	0.0125
是否有期初保費	是(2.5%)	懲罰金比例	0%
進入長照機構所需費用	600000	預定利率	1.5%

無解約(無繼承人)

	可貸成數(m) 以原始機率來做	期望合約長度	可貸成數(m) 只分成有無自理能力	期望合約長度
原始單人RM(男)	0.028107	25.9613	0.028107	25.9613
RM+LTC(男)	0.027813	25.169	0.027813	25.1693
原始單人RM(女)	0.024182	28.9040	0.024182	28.9040
RM+LTC(女)	0.023923	28.287	0.023923	28.2875

有解約(無繼承人)

	可貸成數(m) 以原始機率來做	期望合約長度	可貸成數(m) 只分成有無自理能力	期望合約長度
原始單人RM(男)	0.0088702	8.6838	0.0090805	8.7885
RM+LTC(男)	0.0078396	8.499	0.0080951	8.5718
原始單人RM(女)	0.0071652	9.442	0.0072814	9.5076
RM+LTC(女)	0.0063908	9.2909	0.0064654	9.3141

無解約(有繼承人)

	可貸成數(m) 以原始機率來做	期望合約長度	可貸成數(m) 只分成有無自理能力	期望合約長度
原始單人RM(男)	0.0020932	25.9613	0.0020932	25.9613
RM+LTC(男)	0.00067332	25.169	0.00067334	25.1693
原始單人RM(女)	0.0016943	28.9040	0.0016943	28.9040
RM+LTC(女)	0.00064865	28.287	0.00064867	28.2875

相關性	無繼承人		有繼承人
	無提前解約	有提前解約	無提前解約
<u>年齡</u>	正相關	正相關	正相關
<u>房價波動度</u>	負相關	負相關	負相關
<u>利率波動度</u>	負相關	負相關	負相關
<u>房價利率相關係數</u>	正相關	正相關	正相關
<u>平均利率水準</u>	正相關	正相關	正相關
<u>利率均值回歸</u>	不敏感	不敏感	不敏感
<u>期初保費</u>	負相關	正相關	正相關
<u>保費率</u>	負相關	震盪	正相關
<u>房租率</u>	負相關	正相關	負相關
<u>懲罰金</u>	X	正相關	X
<u>長照成本</u>	負相關	負相關	負相關
<u>約定利率</u>	正相關	正相關	正相關

年齡				60	65	70	75	80	相關性
無 解 約	有 繼 承 人	原 始 機 率	RM	0.0016943 0.0020932	0.0023309 0.002871	0.0034432 0.0041633	0.0050497 0.0058709	0.0078957 0.010169	正相關
			RM+LTC	0.00064865 0.00067332	0.0010675 0.0012158	0.0019261 0.0023193	0.0034765 0.0040426	0.0064008 0.0089062	正相關
	無 繼 承 人		RM	0.024182 0.028107	0.029262 0.034125	0.038088 0.044337	0.049617 0.05612	0.067047 0.087118	正相關
			RM+LTC	0.023923 0.027813	0.029036 0.033933	0.038026 0.044501	0.049936 0.056943	0.068422 0.091477	正相關
有 解 約	無 繼 承 人	原 始 機 率	RM	0.0071652 0.0088702	0.0078073 0.0090677	0.011033 0.014406	0.017139 0.019761	0.023211 0.04886	正相關
			RM+LTC	0.0063908 0.0078396	0.0068071 0.007635	0.0098986 0.014002	0.016632 0.021003	0.022576 0.056367	正相關
		有 無 自 理 能 力	RM	0.0072814 0.0090804	0.0079829 0.0093751	0.011284 0.014526	0.017009 0.019762	0.024644 0.050171	正相關
			RM+LTC	0.0064654 0.0080951	0.0069814 0.0082007	0.010177 0.014215	0.016426 0.021123	0.023842 0.056995	正相關

- 當年齡越大，期望合約長度越短，因此可貸成數越大



房價波動度(σ_H)				0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	相關性
無 解 約	有 繼 承 人	原 始 機 率	RM	0.0046 0.0053495	0.0032636 0.0038617	0.00234 0.0028249	0.0016943 0.0020932	0.0012407 0.0015686	負相關
			RM+LTC	0.003615 0.0040713	0.0022264 0.0025186	0.0012883 0.0014328	0.00064865 0.00067332	0.00020656 0.00013909	負相關
	無 繼 承 人		RM	0.025105 0.029053	0.024909 0.028852	0.02461 0.028546	0.024182 0.028107	0.023594 0.027504	負相關
			RM+LTC	0.024853 0.028766	0.024656 0.028564	0.024355 0.028256	0.023923 0.027813	0.023332 0.027205	負相關
有 解 約	無 繼 承 人	原 始 機 率	RM	0.0132 0.015199	0.010324 0.012357	0.0084634 0.010426	0.0071652 0.0088702	0.0061318 0.0076182	負相關
			RM+LTC	0.012488 0.014422	0.0095552 0.011543	0.0076794 0.0095116	0.0063517 0.0078778	0.0052917 0.0065632	負相關
		有 無 自 理 能 力	RM	0.013735 0.016076	0.010783 0.012787	0.0086176 0.010691	0.0072814 0.0090805	0.0062227 0.0077841	負相關
			RM+LTC	0.012965 0.015346	0.0099619 0.011935	0.0078293 0.0097841	0.0064654 0.0080951	0.0053826 0.0067364	負相關

- 整體上呈負相關
- 波動度越大，極端點越容易出現
- 房價太低，銀行會有損失，可貸成數下降
- 房價太高，借款人會提前履約，可貸成數下降



房價波動度(σ_H)				0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	相關性
無 解 約	有 繼 承 人	原 始 機 率	RM	0.0092882 0.010398	0.0065523 0.0074946	0.0046 0.0053495	0.0032636 0.0038617	0.00234 0.0028249	負相關
			RM+LTC	0.0084589 0.0093643	0.0056058 0.006288	0.003615 0.0040713	0.0022264 0.0025186	0.0012883 0.0014328	負相關
	無 繼 承 人		RM	0.02529 0.029242	0.025225 0.029175	0.025105 0.029053	0.024909 0.028852	0.02461 0.028546	負相關
			RM+LTC	0.02504 0.028957	0.024973 0.028889	0.024853 0.028766	0.024656 0.028564	0.024355 0.028256	負相關
有 解 約	無 繼 承 人	原 始 機 率	RM	0.022146 0.025196	0.017328 0.019997	0.0132 0.015199	0.010324 0.012357	0.0084634 0.010426	負相關
			RM+LTC	0.020934 0.023632	0.016091 0.018639	0.012488 0.014422	0.0095552 0.011543	0.0076794 0.0095116	負相關
		有 無 自 理 能 力	RM	0.022146 0.025196	0.017328 0.019997	0.013735 0.016076	0.010783 0.012787	0.0086176 0.010691	負相關
			RM+LTC	0.021507 0.024731	0.016609 0.019518	0.012965 0.015346	0.0099619 0.011935	0.0078293 0.0097841	負相關

- 整體上呈負相關
- 波動度越大，極端點越容易出現
- 房價太低，銀行會有損失，可貸成數下降
- 房價太高，借款人會提前履約，可貸成數下降



利率波動度(σ_r)				0.0001	0.0021	0.0041	0.0061	0.0081	相關性
無 解 約	有 繼 承 人	原 始 機 率	RM	0.0016943 0.0020932	0.0016891 0.0020871	0.0016782 0.002076	0.0016551 0.0020551	0.0016085 0.002008	負相關
			RM+LTC	0.00064865 0.00067332	0.00064525 0.00066939	0.00063458 0.00065735	0.00060859 0.00063023	0.000559 0.00058076	負相關
	無 繼 承 人		RM	0.024182 0.028107	0.024172 0.028097	0.024153 0.028077	0.024123 0.028046	0.024079 0.028001	負相關
			RM+LTC	0.023923 0.027813	0.023913 0.027802	0.023894 0.027782	0.023864 0.027751	0.02382 0.027706	負相關
有 解 約	無 繼 承 人	原 始 機 率	RM	0.0071652 0.0088702	0.0071574 0.0088621	0.0071474 0.0088437	0.0071814 0.0088136	0.0072349 0.0087681	負相關
			RM+LTC	0.0063517 0.0078778	0.006341 0.0078683	0.006326 0.0078501	0.0063583 0.0078201	0.0064491 0.0076893	負相關
		有 無 自 理 能 力	RM	0.0072816 0.0090803	0.0072792 0.0090573	0.007287 0.009002	0.0072593 0.0089247	0.0073635 0.0089647	負相關
			RM+LTC	0.0064654 0.0080951	0.0064607 0.0080861	0.0065122 0.0080756	0.0065476 0.0080854	0.0067571 0.0082785	負相關

- 皆為負相關
- 波動度越大，極端點越容易出現，使銀行面臨利率風險的機率增加，因此可貸成數下降



房價與利率相關係數				0.0252	0.0352	0.0452	0.0552	0.0652	相關性
無 解 約	有 繼 承 人	原 始 機 率	RM	0.0016943 0.0020932	0.0016942 0.0020931	0.0016941 0.0020929	0.0016939 0.0020927	0.0016937 0.0020923	負相關
			RM+LTC	0.00064865 0.00067332	0.00064895 0.0006735	0.0006493 0.00067374	0.00064966 0.00067398	0.00065002 0.00067422	正相關
	無 繼 承 人		RM	0.024182 0.028107	0.024182 0.028107	0.024183 0.028108	0.024184 0.028109	0.024185 0.02811	正相關
			RM+LTC	0.023923 0.027813	0.023924 0.027813	0.023924 0.027814	0.023925 0.027815	0.023926 0.027816	正相關
有 解 約	無 繼 承 人	原 始 機 率	RM	0.0071652 0.0088702	0.0071655 0.0088668	0.0071653 0.0088628	0.0071654 0.0088631	0.0071643 0.0088607	震盪
			RM+LTC	0.0063517 0.0078778	0.0063504 0.0078793	0.006347 0.0078789	0.0063457 0.0078771	0.0063513 0.007876	震盪
		有 無 自 理 能 力	RM	0.0072816 0.0090803	0.007282 0.0090806	0.0072869 0.0090803	0.0072902 0.0090807	0.0073439 0.0090805	正相關
			RM+LTC	0.0064654 0.0080951	0.0064668 0.008096	0.0064725 0.0080981	0.0064775 0.0081015	0.0064825 0.0081073	正相關

- 無繼承人且無解約部分，整體上呈現正相關
- 相關係數越大，房價上升，所以可貸成數增加



房價與利率相關係數				-0.4	-0.2	0	0.2	0.4
無 解 約	有 繼 承 人	原 始 機 率	RM	0.0016923 0.0020901	0.0016924 0.00209	0.0016942 0.0020932	0.0016915 0.0020891	0.0016905 0.002088
			RM+LTC	0.00065419 0.00067881	0.00065395 0.00067732	0.00064847 0.0006732	0.00065252 0.00067553	0.00065133 0.00067511
	無 繼 承 人		RM	0.024236 0.02816	0.024217 0.02814	0.024181 0.028107	0.024213 0.028136	0.024227 0.028152
			RM+LTC	0.023978 0.027866	0.023958 0.027846	0.023923 0.027812	0.023954 0.027841	0.023969 0.027857
有 解 約	無 繼 承 人	原 始 機 率	RM	0.0080365 0.0092047	0.0076747 0.0091293	0.0071602 0.0088719	0.0076508 0.009112	0.0080249 0.0091974
			RM+LTC	0.0072173 0.0082497	0.0068166 0.0081037	0.0063572 0.0078749	0.0068363 0.0081277	0.0071899 0.0082268
		有 無 自 理 能 力	RM	0.0082547 0.0095387	0.0080296 0.0097599	0.0072809 0.0090815	0.0080371 0.0097338	0.0082283 0.0094432
			RM+LTC	0.0074621 0.0085526	0.0071467 0.0087793	0.0064654 0.0080941	0.0071766 0.0088171	0.007445 0.0085557

- 無繼承人且無解約部分，會對稱於0
- 無繼承人且有解約部分，在有將狀態細分的情況下，原本會為震盪，但拉長來看，會變為正相關；狀態有分成有無自理狀態的男生部分，會為震盪，女生部分則為正相關



平均利率水準				0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	相關性
無 解 約	有 繼 承 人	原 始 機 率	RM	0.0014398 0.0017913	0.0015629 0.001939	0.0016943 0.0020932	0.0018266 0.0022459	0.0019607 0.0024059	正相關
			RM+LTC	0.00022146 0.0001581	0.0004414 0.0004243	0.00064865 0.00067332	0.000864 0.00093082	0.0010826 0.0011898	正相關
	無 繼 承 人		RM	0.020722 0.024351	0.022422 0.026202	0.024182 0.028107	0.025995 0.030061	0.027856 0.032059	正相關
			RM+LTC	0.020316 0.023867	0.022091 0.025813	0.023923 0.027813	0.025807 0.029859	0.027735 0.031946	正相關
有 解 約	無 繼 承 人	原 始 機 率	RM	0.0058961 0.0074109	0.0065071 0.0081219	0.0071652 0.0088702	0.0078669 0.009632	0.0086152 0.010401	正相關
			RM+LTC	0.0049826 0.0062595	0.0056243 0.0070478	0.0063517 0.0078778	0.0071088 0.0087551	0.0079121 0.0096472	正相關
		有 無 自 理 能 力	RM	0.0061679 0.0076428	0.0066313 0.0083168	0.0072816 0.0090803	0.0080108 0.0099015	0.0087825 0.010674	正相關
			RM+LTC	0.0052385 0.0065552	0.0057742 0.0072694	0.0064654 0.0080951	0.0072454 0.0089985	0.0080881 0.0099325	正相關

- 整體上呈正相關
- 當平均利率水準提高，房價的drift term也會增加
- 因此間接提升了房價，導致可貸成數上升



均質回歸率				0.0037	0.00375	0.0038	0.00385	0.0039	相關性
無 解 約	有 繼 承 人	原 始 機 率	RM	0.0016943 0.0020932	0.0016943 0.0020932	0.0016943 0.0020932	0.0016943 0.0020932	0.0016943 0.0020932	不敏感
			RM+LTC	0.00064865 0.00067332	0.00064865 0.00067332	0.00064865 0.00067332	0.00064865 0.00067332	0.00064865 0.00067332	不敏感
	無 繼 承 人		RM	0.024182 0.028107	0.024182 0.028107	0.024182 0.028107	0.024182 0.028107	0.024182 0.028107	不敏感
			RM+LTC	0.023923 0.027813	0.023923 0.027813	0.023923 0.027813	0.023923 0.027813	0.023923 0.027813	不敏感
有 解 約	無 繼 承 人	原 始 機 率	RM	0.0071652 0.0088702	0.0071652 0.0088697	0.0071652 0.0088696	0.0071652 0.0088696	0.0071652 0.0088696	不敏感
			RM+LTC	0.0063517 0.0078778	0.0063517 0.0078778	0.0063517 0.0078778	0.0063517 0.0078778	0.0063517 0.0078778	不敏感
		有 無 自 理 能 力	RM	0.0072816 0.0090803	0.0072816 0.0090803	0.0072816 0.0090803	0.0072816 0.0090803	0.0072816 0.0090803	不敏感
			RM+LTC	0.0064654 0.0080951	0.0064653 0.0080951	0.0064653 0.0080951	0.0064653 0.0080951	0.0064653 0.0080951	不敏感

- 整體上完全無關
- 利率均值回歸率主要影響到利率樹收斂後的節點數
- 並不會影響到整體利率的趨勢跟大小，所以總可貸成數不變



期初保費(HECM)				0.025	0.05	0.075	0.1	0.125	相關性
無解約	無繼承人	原始機率	RM	0.024182 0.028107	0.024162 0.028086	0.024142 0.028065	0.024122 0.028045	0.024103 0.028024	負相關
			RM+LTC	0.023923 0.027813	0.023903 0.027792	0.023883 0.027771	0.023864 0.02775	0.023844 0.027729	負相關
有解約	無繼承人	原始機率	RM	0.0071652 0.0088702	0.0091971 0.010129	0.0091808 0.010767	0.010892 0.012631	0.011557 0.013495	正相關
			RM+LTC	0.0063517 0.0078778	0.0084407 0.0090634	0.0084271 0.0098281	0.010203 0.011788	0.010825 0.012789	正相關
		有無自理能力	RM	0.0072816 0.0090803	0.0094368 0.010977	0.0095382 0.010994	0.011097 0.012916	0.011925 0.014243	正相關
			RM+LTC	0.0064654 0.0080951	0.0086831 0.010005	0.0087338 0.010061	0.010364 0.012009	0.011285 0.013595	正相關

- 無解約的部份負相關，有解約的部分正相關
- 因為保費率調高會造成累積貸款金額上升，貸款人損失、貸款保險金上升，房屋殘值下降
- 貸款保險金上升幅度與貸款人損失增加及房屋殘值下降幅度的和相同，因為在無繼承人且無解約情況下，合約結束時，貸款人損失及房屋殘值是都歸銀行概括承受，因此提高保費率只是使得貸款人損失增加及房屋殘值下降部分被移轉至貸款保險金，但由於貸款保險金會複利增加，所以可貸成數為負相關
- 有解約的部份因為累積貸款金額上升，使得借款人更不容易解約，因此可貸成數上升

期初保費(HECM)				0.025	0.05	0.075	0.1	0.125	相關性
原始 機 率	有 繼 承 人	無 解 約	RM	0.0016943 0.0020932	0.0024174 0.0030056	0.0029744 0.0037204	0.0034436 0.0043084	0.0038364 0.00481	正相關
			RM+LTC	0.00064865 0.00067332	0.0015047 0.0017613	0.0021138 0.0025375	0.0026171 0.0031823	0.0030414 0.0037256	正相關

- 由負相關變為正相關
- 由於評價公式由 $LL=MIP+NE$ 改為 $LL=MIP$ ，導致隨著期初保費增加，貸款人損失和貸款保險金上升，但貸款保險金上升幅度較大，因此銀行調高總可貸成數



保費率				0.0125	0.0225	0.0325	0.0425	0.0525	相關性
無解約	無繼承人	原始機率	RM	0.024182 0.028107	0.02374 0.027619	0.023141 0.02697	0.022341 0.026115	0.021294 0.025008	負相關
			RM+LTC	0.023923 0.027813	0.023491 0.027336	0.022908 0.026706	0.022133 0.025881	0.021122 0.024817	負相關
有解約	無繼承人	原始機率	RM	0.0071652 0.0088702	0.0072167 0.0089071	0.0072052 0.0088841	0.0071112 0.0087591	0.0072874 0.0085822	震盪
			RM+LTC	0.0063517 0.0078778	0.0064026 0.0079342	0.006411 0.007931	0.0063433 0.0078563	0.0064013 0.0076571	震盪
		有無自理能力	RM	0.0072816 0.0090803	0.0073417 0.0091369	0.0073437 0.0091082	0.007397 0.0089707	0.0076046 0.0091151	震盪
			RM+LTC	0.0064654 0.0080951	0.006528 0.0081579	0.0065446 0.0081617	0.0064818 0.0080741	0.0066828 0.0080103	震盪

- 無解約的部份負相關；有解約部分為震盪
- 因為保費率調高會造成累積貸款金額上升，貸款人損失、貸款保險金上升，房屋殘值下降
- 貸款保險金上升幅度與貸款人損失增加及房屋殘值下降幅度的和相同，因為在無繼承人且無解約情況下，合約結束時，貸款人損失及房屋殘值是都歸銀行概括承受，因此提高保費率只是使得貸款人損失增加及房屋殘值下降部分被移轉至貸款保險金，但由於貸款保險金會複利增加，所以可貸成數為負相關
- 有解約的部份一部分因為累積貸款金額上升，使得借款人更不容易解約，另一部分因為保費增加，因此借款人不想繳更多保費，因此提前解約，所以可貸成數呈現震盪



保費率				0.0125	0.0225	0.0325	0.0425	0.0525	相關性
原始 機率	有 繼 承 人	無 解 約	RM	0.0016943	0.00202	0.0023646	0.0026715	0.002917	正相 關
				0.0020932	0.0024658	0.0028627	0.0032113	0.0035122	
			RM+LTC	0.00064865	0.0009819	0.0013232	0.0016797	0.0019586	正相 關
				0.00067332	0.0010426	0.0014263	0.0018229	0.0021532	

- 由負相關變為正相關
- 由於評價公式由 $LL=MIP+NE$ 改為 $LL=MIP$ ，導致隨著期初保費增加，貸款人損失和貸款保險金上升，但貸款保險金上升幅度較大，因此銀行調高總可貸成數



房租率				0.02	0.025	0.03	0.035	0.04	相關性
無 解 約	有 繼 承 人	原 始 機 率	RM	0.0016943 0.0020932	0.0015715 0.0019576	0.001459 0.0018313	0.0013554 0.0017135	0.0012601 0.0016044	負相關
			RM+LTC	0.00064865 0.00067332	0.0005323 0.00054064	0.00042567 0.00041792	0.00032738 0.00030336	0.00023636 0.00019595	負相關
	無 繼 承 人		RM	0.024182 0.028107	0.021065 0.02489	0.018389 0.022091	0.016088 0.019653	0.014108 0.017525	負相關
			RM+LTC	0.023923 0.027813	0.02078 0.024563	0.018071 0.021726	0.015736 0.019245	0.013719 0.017071	負相關
有 解 約	無 繼 承 人	原 始 機 率	RM	0.0071652 0.0088702	0.0075489 0.0088096	0.0083448 0.0096131	0.0092315 0.010534	0.010062 0.011397	正相關
			RM+LTC	0.0063517 0.0078778	0.0067162 0.0077443	0.007508 0.0085303	0.0084027 0.0094542	0.0092461 0.010328	正相關
		有 無 自 理 能 力	RM	0.0072816 0.0090803	0.0078654 0.0093429	0.0086251 0.010099	0.0095024 0.011006	0.010326 0.011858	正相關
			RM+LTC	0.0064654 0.0080951	0.006997 0.0083132	0.0077606 0.0090531	0.0086506 0.0099648	0.0094865 0.010823	正相關

- 無解約的部份負相關，有解約的部分正相關
- 房租率影響到的是房價的隨機過程之中的 $\theta(t)$ ，所以當房租率越高，整體房價會下降，使貸款人損失的機率上升，因此降低可貸成數
- 加入了解約選擇權之後，由於整體房價下降，因此導致借款人的解約動機下降，所以可貸成數隨著房租率上升

懲罰金				0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	相關性
原始 機率	無 繼 承 人	有解 約	RM	0.0072363 0.008955	0.0072719 0.0089964	0.0073078 0.0090385	0.0073449 0.0090777	0.0073818 0.0091204	正相關
			RM+LTC	0.0064197 0.0079588	0.0064548 0.0079993	0.0064884 0.0080409	0.0065231 0.0080819	0.0065578 0.0081234	正相關
有 無 自 理 能 力	無 繼 承 人	有解 約	RM	0.0073541 0.0091656	0.0073906 0.0092091	0.0074275 0.0092518	0.0074645 0.0092957	0.0075016 0.0093395	正相關
			RM+LTC	0.0065353 0.0081766	0.0065702 0.0082177	0.0066056 0.0082589	0.0066411 0.0083005	0.0066767 0.0083422	正相關

- 整體上呈正相關
- 當懲罰金比例越高時，貸款人解約的損失越高，因此傾向不解約，總可貸成數因而升高
- 當懲罰金比例進一步提高時，總可貸成數會逐漸收斂到與無解約選擇權相同



懲罰金				0	10	20	30	40	相關性
原始 機 率	無 繼 承 人	有 解 約	RM	0.0071652 0.0088702	0.017554 0.021979	0.01887 0.023266	0.019898 0.024047	0.020454 0.024745	正相關
			RM+LTC	0.0063517 0.0078778	0.016898 0.021452	0.018509 0.022818	0.019536 0.023786	0.020147 0.02446	正相關
有 無 自 理 能 力	無 繼 承 人	有 解 約	RM	0.0072814 0.0090804	0.017722 0.022017	0.018998 0.023403	0.019968 0.024223	0.020535 0.024846	正相關
			RM+LTC	0.0064654 0.0080951	0.017111 0.021536	0.018613 0.022988	0.019581 0.023942	0.020287 0.024612	正相關

- 整體上呈正相關
- 當懲罰金比例越高時，貸款人解約的損失越高，因此傾向不解約，總可貸成數因而升高
- 當懲罰金比例進一步提高時，總可貸成數會逐漸收斂到與無解約選擇權相同



長照成本				400000	500000	600000	700000	800000	相關性
無解約	有繼承人	原始機率	RM+LTC	0.0010718 0.0012554	0.0008671 0.0009726	0.00064865 0.00067332	0.00042513 0.00035962	0.00019363 0.000016004	負相關
	無繼承人		RM+LTC	0.024242 0.028297	0.024083 0.028055	0.023923 0.027813	0.023764 0.027571	0.023604 0.027329	負相關
有解約	無繼承人	原始機率	RM+LTC	0.0066792 0.0083849	0.0065154 0.0081313	0.0063517 0.0078778	0.0061875 0.0076241	0.0060231 0.0073716	負相關
		有無自理能力	RM+LTC	0.0067948 0.0086056	0.0066301 0.0083503	0.0064654 0.0080951	0.0063006 0.0078403	0.0061356 0.0075856	負相關

- 整體上呈現負相關
- 因為當長照成本上升，會讓進入無自理能力瞬間所需的躉繳額提高，因此貸款人損失上升，房屋殘值下降，所以可貸成數下降 

約定利率				0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	相關性
無解約	有繼承人	原始機率	RM+LTC	0.00062361 0.00063893	0.00064865 0.00067332	0.00067267 0.00070611	0.00069562 0.00073728	0.00071761 0.00076702	正相關
	無繼承人		RM+LTC	0.023905 0.027787	0.023923/0.027813	0.023941 0.027837	0.023958 0.027861	0.023974 0.027883	正相關
有解約	無繼承人	原始機率	RM+LTC	0.0063327 0.0078516	0.0063517 0.0078778	0.0063699 0.0079027	0.0063873 0.0079267	0.0064039 0.00795	正相關
		有無自理能力	RM+LTC	0.0064464 0.0080687	0.0064654 0.0080951	0.0064837 0.0081204	0.0065011 0.0081446	0.0065179 0.0081678	正相關

- 整體上呈現正相關
- 當約定利率提高，會影響到計算躉繳額的金額，約定利率越高，進入無自理能力瞬間所需要的躉繳額越低，因此貸款人損失下降，房屋殘值上升，可貸成數上升。

結論

- 由於長照費用較單純只領年金來的高，因此RM加上LTC的可貸成數會較RM來的低
- 無解約狀態，因為合約一開始被保險人皆為健康狀態，就算合約期間狀態改變，但由於無解約選擇，因此無訊息隱藏的問題(hidden information)，所以不管有無將狀態細分，可貸成數皆相同
- 加入解約選擇權後，就會有訊息隱藏的問題，若忽略掉這部分，而使用有無自理能力評價，就會使得可貸成數高估，因此有將狀態細分，則可得到最適的可貸成數
- 加入繼承人後，無解約部分，可貸成數下降到極低，這是因為銀行無法獲得房屋殘值，因此會給較低的可貸成數；有解約部分，因為合約結束時，房子歸繼承人所有，因此借款人基本上不會選擇解約，可貸成是與無解約差異極小，選擇權價基本上沒價值