

使用等級相依期望效用模型與資產森林結構
推論實證之員工認股權發行決策

Inferring the Employee Stock Options' Granting Policy Under
Capital Forest Structure and Rank-Dependent Expected Utility Model

研究生：鄧名勛

指導教授：戴天時 教授

碩士論文口試 0816

目錄

- 1.員工認股權簡介與研究目標
- 2.模型介紹
- 3.RDEU敏感性分析
- 4.研究驗證結果
- 5.結論

1.員工認股權(ESO)簡介

員工認股權(ESO)簡介

- 標的為公司股票的美式買權
 - 不可放空
 - 具閉鎖期限限制
- 分為限制型(QSO/ISO)與非限制型(NQSO)

		員工稅制	公司稅制
NQSO	履約日 t_{ex}	股價與履約價的價差併入當年度所得，依照累進稅率課稅。	稅盾效果 ：股價與履約價的價差乘上履約張數視為費用，可依公司稅作減免。
	股票出售日 t_{sale}	資本利得稅	無
QSO	履約日 t_{ex}	無稅	無
	股票出售日 t_{sale}	資本利得稅	無

ESO cost計算

- 會計認列ESO成本通常以視為歐式買權的BS價格計，但不可放空標的資產與閉鎖期的限制，使此計算方式明顯高估。
- PDE : Henderson (2009)則是透過放寬限制(如Maturity設成無窮大、去除vesting period等方法)推導履約邊界及ESO成本
- Carpenter (2019)透過實證資料迴歸估計出ESO的期望到期日，代入 Black-Scholes model計算成本
- Leung & Sircar (2009)透過股價finite-difference方式計算ESO成本
 - 多考慮員工離職率對ESO成本影響，以及比較員工同時/逐步履約ESO的成本比較
- Tree model : Jain (2004)以股價樹評價，員工可部分履約ESO
- 巫柏宏(2020)以及本篇論文則是以資產樹模型評價ESO。

為何選用資產樹？

- **注資效果:**不論NQSO/QSO 員工履約會支付履約價來換取股票，此時每一張履約的ESO都相當於是對公司做履約價的注資，公司的股權價值增加。
- **稀釋效果:**本文在員工履約ESO採用發行新股的方式給予股票，因此會使在外流通股數上升，在總股東權益不變之下，會使整體股價下跌，降低原始單位股價。
- 員工履約後，公司會發生注資和稀釋效果，以及NQSO的稅盾效應
公司的資產結構會發生改變。

巫柏宏(2020)與本篇之評價ESO方式

- 我們用資產樹取代股價樹，捕捉注資、稀釋、稅盾與信用風險的影響。
- 員工會以「極大化個人效用」產生決策，以真實世界機率測度，經過機率加權函數轉換計算機率，並透過Backward induction回推ESO的確定等值(Certainty equivalence)。
- 公司則依照員工決策，用風險中立機率折現計算ESO成本

機率加權函數(Probability weighting function)

$$\bullet w(F(x)) = \frac{F(x)^\delta}{[F(x)^\delta + (1-F(x))^\delta]^{\frac{1}{\delta}}}$$

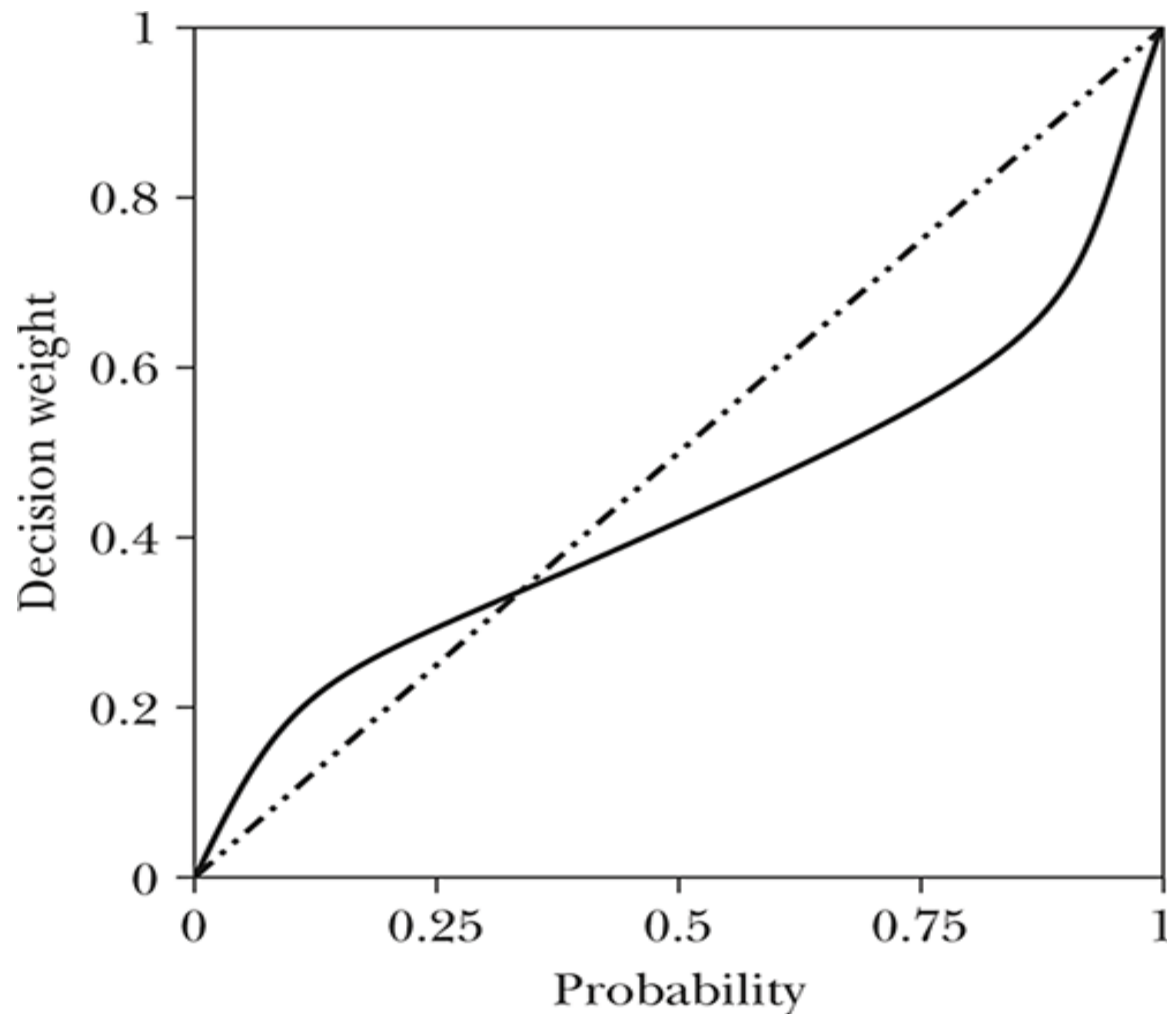
For event $\{a < X < b\}$

Original probability :

$$P(a < X < b) = F(b) - F(a)$$

After Probability Weighting :

$$P(a < X < b) = w(F(b)) - w(F(a))$$



ESO存在的合理性

- 在EU(期望效用模型)相關論文裡(Jain2004 & Carpenter2010)，計算出的認股權成本皆大於員工感受度CE，發ESO對公司較不划算。
- Spalt (2013)將員工決策方式從EU改成Cumulative prospect theory(CPT)，發現員工會因為Probability weighting function使得員工感受度大於認股權成本
 - (risk-neutral下，degree of probability weighting>0.65時即會發生CE>cost)
- 巫柏宏(2020)以薪資package分析：在稅盾效果和注資影響下，從固定公司成本或固定員工感受度探討薪水和認股權的最適配置。

「總體而言，在固定成本及固定感受度下，員工風險趨避程度越低時，最適配置會是薪水與認股權的綜合組合而非全發薪水的單一組合，如此便可解釋認股權存在的可能。」

CPT論文不合理之處

- Spalt(2013) Like base salary, the sure payment would be fully absorbed in the reference point and therefore inconsequential for the decision.
- 我們改採用Quiggin(1982)提出的Rank-dependent expected utility model (RDEU, or anticipated utility)：在原始的Expected utility model加入Probability weighting function

	機率加權函數	效用函數引進參考點 區分Gain/Loss
EU (Expected Utility)	X	X
RDEU (Rank-dependent EU)	0	X
Cumulative prospect	0	0

研究目標

- 在既有資產森林結構，員工角度引入probability weighting function 改變員工履約決策，影響最後算出的ESO成本與員工感受度，以及最適薪資組合。
- 延續探討其他實證論文發現的ESO特徵：
 - 市面上NQSO多於QSO的情形
 - CEO拿接近零現金的薪資組合
 - Stock price volatility $\uparrow$, # of ESO $\uparrow$
 - 員工部分履約行為
- 以及和幾篇理論模型論文提出的結果比較
 - Sorting effect of equity compensation
 - 履約邊界

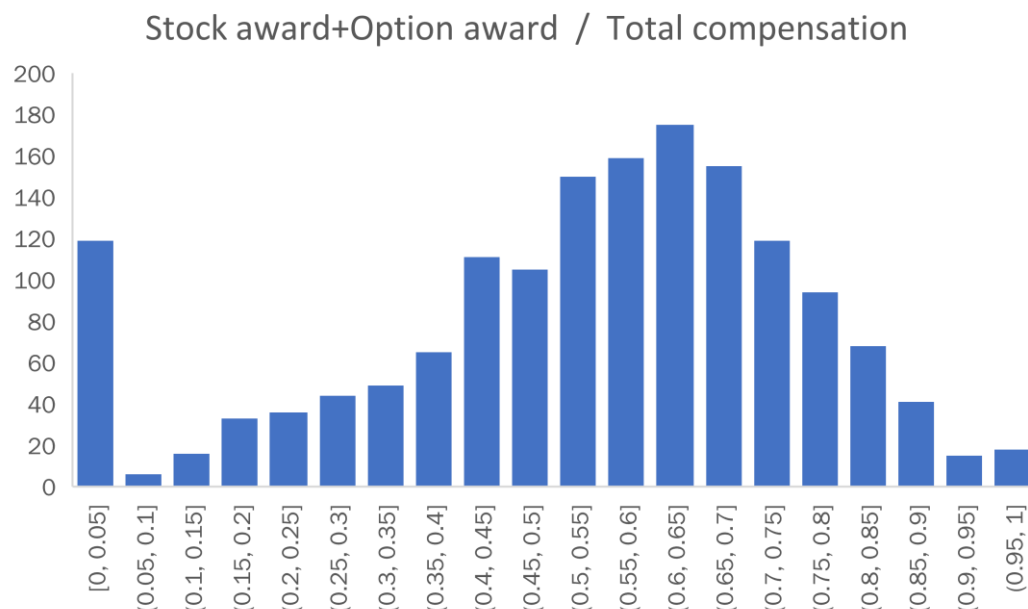
NQSO多於QSO的實證現象

- Oyer and Schaefer, 2005

該篇實證資料中顯示：有77%員工只有NQSO，15%員工只有QSO，8%的員工兩者同時持有，因此該篇的ESO僅討論NQSO。

CEO薪資組合現金占比

- 我們蒐集ExecuComp資料庫中2,500多家公司在2017的CEO獎酬資料，共計8,234筆，並挑選出擔任CEO且有公司資產價值資料者，共1,581筆。計算1,581筆CEO薪酬資料中：薪水(salary)、現金獎金(bonus)、非權益薪資(non-equity)以外占總薪酬的比例，其中位數約落在63.98%，
- 且大於90%的CEO約有32筆，代表這32間公司的CEO現金薪資極低。



樣本個數	平均數	中位數	第一四分位數	第三四分位數	最大值	非現金 >90% 的CEO
1,581	59.89%	63.98%	50.29%	74.04%	100%	69

Size of ESO grant and volatility

- Spalt(2013) :

”Firms with higher idiosyncratic volatility grant more stock options to nonexecutive employees.”

Panel B. Median

<u>Firm Volatility Quintile</u>	<u>Firm Volatility</u>	<u>ESO Plan at Median Firm</u>	<u>Per Empl. BS-Value</u>	<u>Per Empl. No. of Options</u>	<u>Wilcoxon Test of Difference [p-value]</u>	<u>Per Empl. BS-Value (broad)</u>	<u>Per Empl. No. of Options (broad)</u>
1	23.88%	No	\$0	0	—	\$201	55
2	31.35%	No	\$0	0	0.00	\$279	55
3	39.39%	Yes	\$71	17	0.00	\$456	76
4	52.05%	Yes	\$564	97	0.00	\$1,089	176
5	72.66%	Yes	\$4,844	842	0.00	\$5,670	989

TABLE 6
Size of Option Grants

Table 6 presents regressions of the number of employee stock options (ESOs) on firm volatility. All variables have been previously defined in Table 3. "Heckman's Lambda" is a self-selection variable from a 1st-stage probit model. Industry dummy variables are based on the 3-digit SIC code. Marginal effects computed at the mean for firms with ESO plans are reported for the Tobit model. Robust *t*-statistics (for the OLS model) and *z*-statistics (for the Tobit model) with clustering at the firm level are given below the coefficient estimates.

Variable	Dependent Variable								
	ln(1 + n_o)								
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	Tobit
Volatility	1.796 8.22	1.742 6.95	1.629 9.05	1.491 7.36	1.059 4.35	1.483 4.72	1.166 4.65	0.705 3.15	0.696 3.89
ln(Sales)	-0.031 -1.17	-0.061 -2.06	-0.077 -3.38	-0.065 -2.68	-0.036 -1.30	-0.046 -1.36	-0.126 -4.22	-0.174 -2.78	-0.030 -1.56
Tobin's Q	0.153 8.61	0.172 8.77	0.173 11.74	0.213 11.34	0.197 9.24	0.207 6.85	0.193 7.36	0.097 4.87	0.051 2.65
R&D	1.173 1.87	2.036 3.17	0.722 1.36	0.682 1.16	0.833 1.35	1.374 1.98	1.162 1.71	0.506 0.65	2.774 5.99
Long-Term Debt > 0	-0.158 -2.17	-0.387 -4.70	-0.304 -4.89	-0.308 -4.71	-0.397 -4.67	-0.234 -2.27	-0.205 -2.37	-0.097 -1.55	-0.142 -2.51
ln(P_0)	-0.317 -6.76	-0.288 -5.53	-0.263 -6.84	-0.304 -6.88	-0.326 -6.41	-0.363 -5.39	-0.430 -7.97	-0.417 -9.00	-0.094 -2.56
Dividend Yield	-8.774 -2.42	-2.569 -0.71	-0.845 -0.27	-0.590 -0.18	-1.602 -0.45	-11.385 -2.94	-14.061 -4.17	-8.866 -2.70	-6.430 -3.04

部分履約行為

- Huddart & Lang (1996)

Table 3
Exercise activity by employee

Company	A	B	C	D	E	F	G	H
<i>Panel A: Fraction of options granted that are exercised by an employee at one time</i>								
10%	0.25	0.25	0.20	0.33	0.05	0.02	0.24	0.14
Median	0.30	0.63	0.40	0.55	0.31	0.13	0.50	1.00
90%	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.40	1.00	1.00
Mean	0.45	0.64	0.48	0.59	0.41	0.18	0.55	0.72

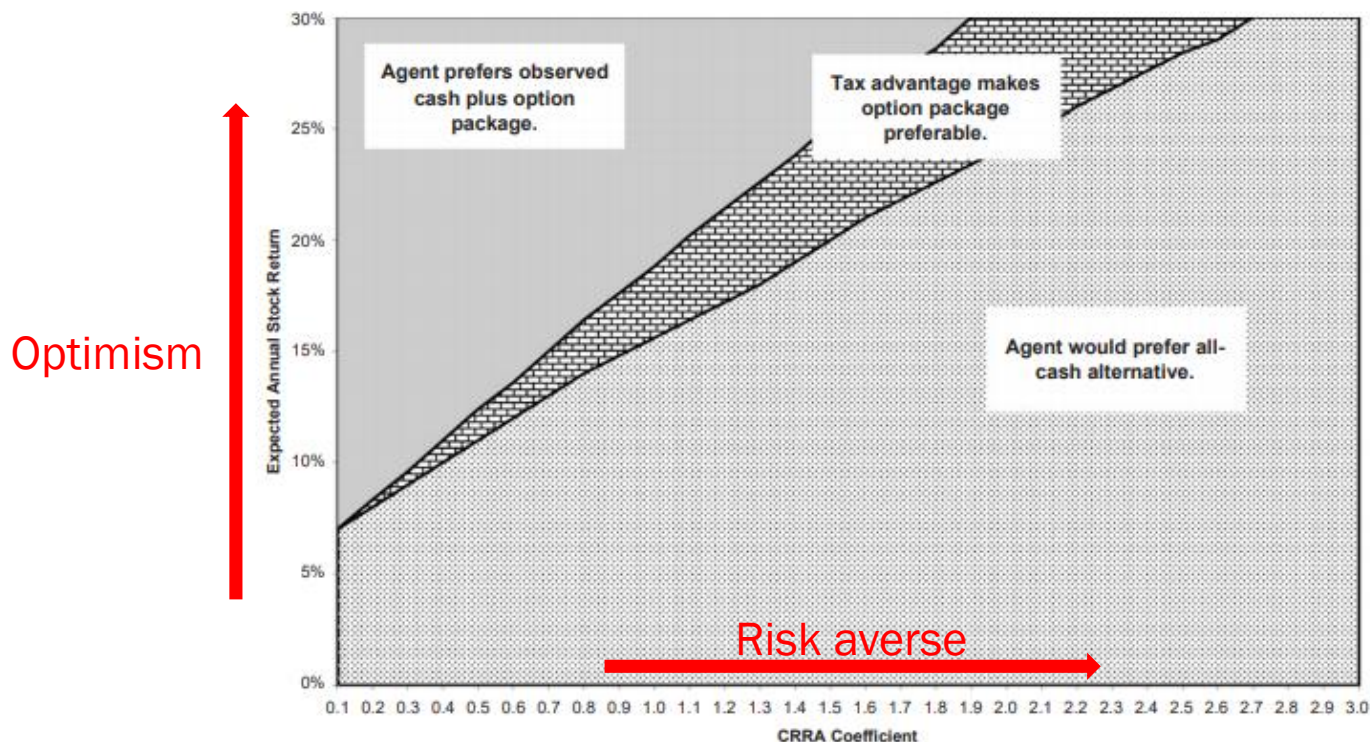
- Carpenter (2019)

Panel H: Fraction of Grant's Vested Options That Are Exercised (per Exercise Event)

Mean	0.72	0.84	0.58	0.68	0.58	0.57	0.93	0.67
Median	1.00	1.00	0.67	0.81	0.62	0.51	1.00	0.95
SD	0.35	0.29	0.22	0.35	0.40	0.39	0.18	0.38

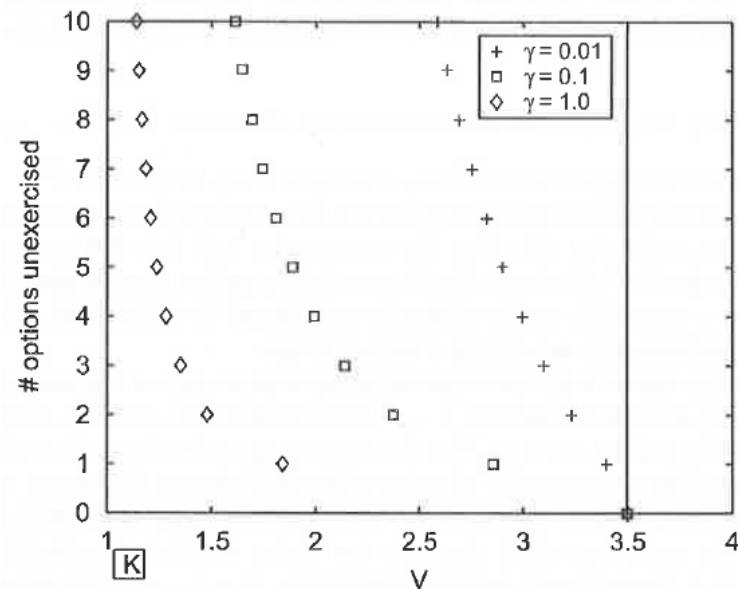
Sorting effect of equity compensation

- (Lazear, 1986; 2000; Oyer and Schaefer, 2005)
- Economic theory predicts that different types of employees will differ in their preferences for equity compensation.



履約邊界

- Grasselli & Henderson (2009)
 - *Utility-based models do not predict block exercise behavior, the risk averse executive exercise options individually at a sequence of increasing price thresholds.*
 - *Including frictions such as costly exercise will generate realistic block exercise behavior and yield new predictions.*



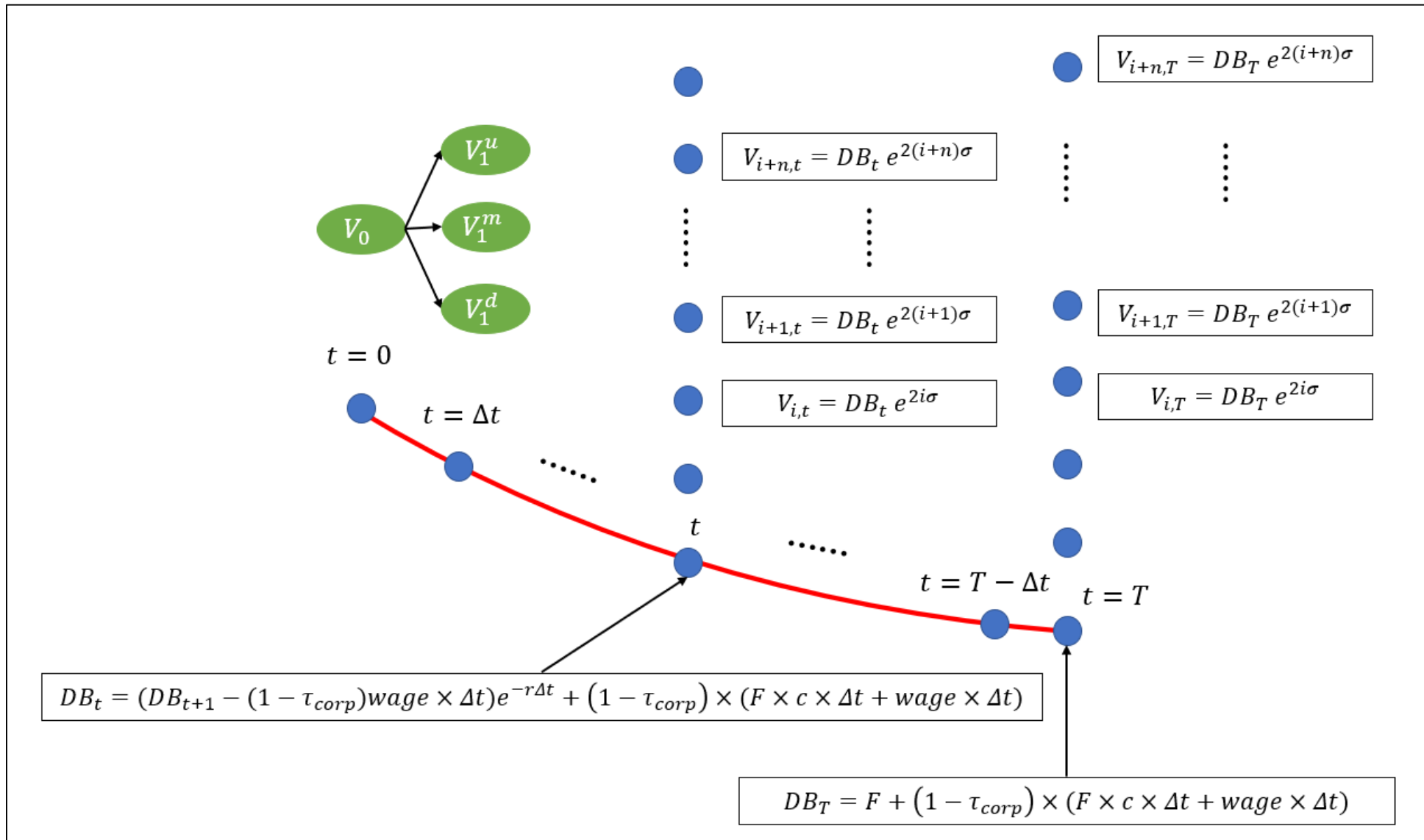
2.模型介紹

以公司角度看ESO

- 員工履約時產生注資(以履約價換股票)
- NQSO具稅盾
 - Babenko et al.(2011)文中舉例：Cisco Systems Inc在2001年因選擇權注資了\$1.2BN，另有\$1.4BN來自履約產生的稅盾，當年度Cisco公司沒有回購公司股票、發放現金股利，而是提高資本支出與研發費用。
- 公司存在信用風險 (尤其新創公司)

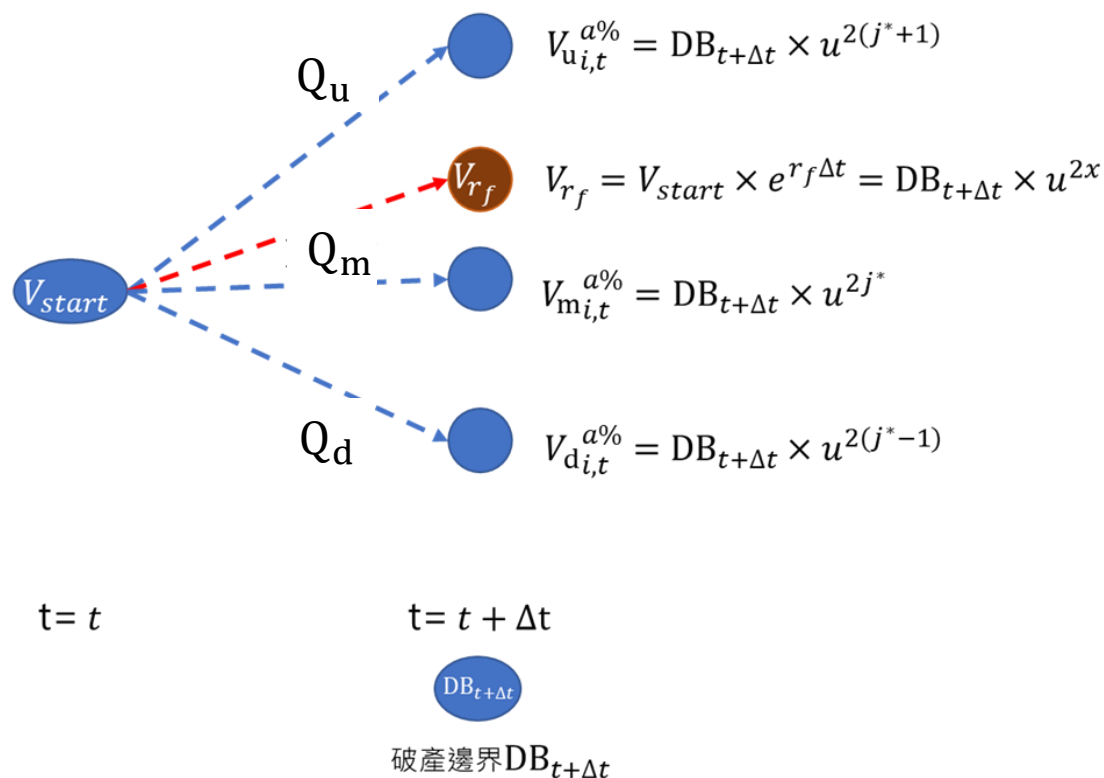
因此我們以資產樹描繪以上效果

破產邊界與資產樹



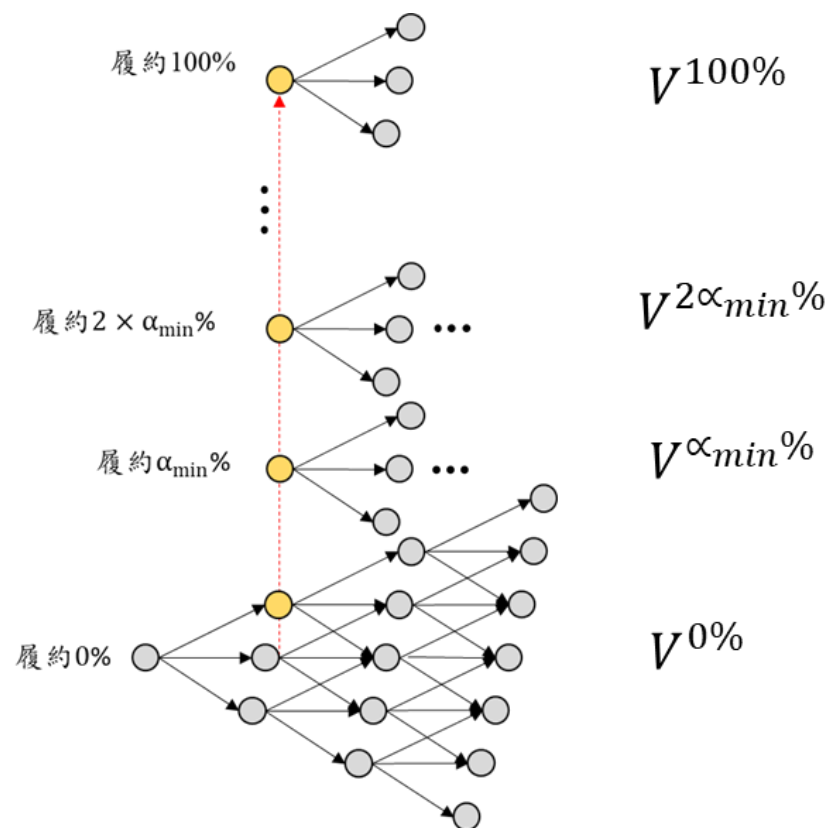
接點與風險中立機率計算

- $Q_{u,i,t} \times V_{u,i,t}^{a\%} + Q_{m,i,t} \times V_{m,i,t}^{a\%} + Q_{d,i,t} \times V_{d,i,t}^{a\%} = V_{r_f}$
- $Q_{u,i,t} \times (V_{u,i,t}^{a\%} - V_{r_f})^2 + Q_{m,i,t} \times (V_{m,i,t}^{a\%} - V_{r_f})^2 + Q_{d,i,t} \times (V_{d,i,t}^{a\%} - V_{r_f})^2 = V_{start}^2 * [e^{\sigma^2 * \Delta t} - 1] * e^{2 * r_f * \Delta t}$
- $Q_{u,i,t} + Q_{m,i,t} + Q_{d,i,t} = 1$



以員工角度看ESO

- Jain(2004)讓員工能在tree的各節點決定「最適履約比例」，我們沿用此作法，把tree展成多層級，每一層代表不同的履約比例



效用函數的選擇

文獻	架構	效用函數	放寬條件	是否討論部分履約	員工稅制	公司稅制(盾)	是否討論薪資/財富	結果
Risk aversion and block exercise of executive stock options M. Grasselli, V. Henderson 2009	從股價出發 解履約邊界的close form solution	$U(w) = \frac{-1}{\gamma} e^{-r w},$ $0 < \gamma < 1$ —	視為美式, 無vesting, infinite maturity, 考量”costly exercise”	是	無	無	payoff可再投資到market index / saving	Early exercise Partial exercise
Optimal exercise of executive stock options and implications for firm cost Jennifer N. Carpenter 2010	從股價出發 解履約邊界的close form solution	$U(w) = \frac{w^{(1-A)}}{(1-A)} + C W, A > 1$ — W_0 為初始財富 該篇設A=10, C=0.0001	視為美式, 無vesting, infinite maturity,	否	無	無	起始財富與payoff可再投資到market index /company's stock saving	Partial exercise Analysis of option cost
The Intertemporal Exercise and Valuation of Employee Options Ashish Jain 2004	建構股價樹來評價	$U(w) = e^{-\beta \times t w^\gamma},$ $0 < \gamma < 1, 0 < \beta < 1$ +		是	是 (僅資本利得稅)	無	否	公司成本 > 員工角度價值
Why do employees like to be paid with Options?: A multi-period prospect theory approach L. Sun, M. Widdicks 2016	從股價八元樹出發來評價	$U = (w - RP)^\alpha$ (Gain) $= -\lambda(-w + RP)^\alpha$ (Loss) $0 < \alpha \leq 1$ $\lambda > 1$ +		僅討論單張	無	無	無 (確定性薪資不影響員工決策)	σ 大於0.4時就會有員工感受>公司成本, 且在overconfidence情況下 σ 的要求更低
本文	建構資產樹之森林結構進行評價 (考慮 1.注資效果 2.股權稀釋效果 3.信用風險)	$U(w) = e^{-\beta \times t w^\gamma},$ $0 < \gamma < 1, 0 < \beta < 1$ +		是	是 (討論到資本利得稅與累進所得稅率)	有	是 (想要討論薪資和ESO的package)	加入probability weighting, 討論最適package, 期望得到更近似實證資料的結果

看A1點即可了解森林結構的計算方式：

在A1點員工有3種策略

1.全部履約

效用為 $U(A1'')$ =

$$(w + ESO_{payoff,100\%})^{\gamma} + \exp(-\beta * t) \tilde{E}_P(U(A2''), U(A3''), U(A4''))$$

2.履約50%

效用為 $U(A1')$ =

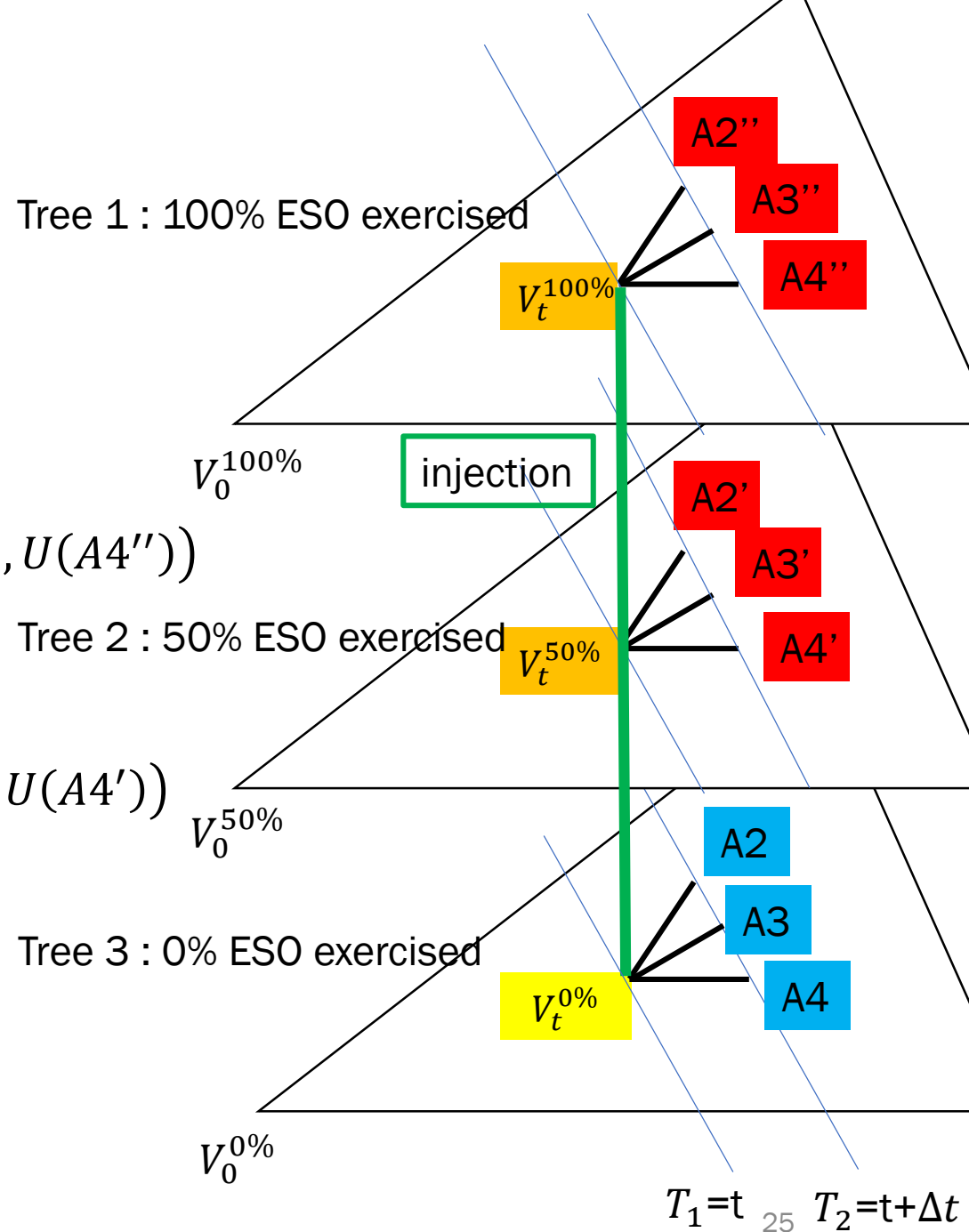
$$(w + ESO_{payoff,50\%})^{\gamma} + \exp(-\beta * t) \tilde{E}_P(U(A2'), U(A3'), U(A4'))$$

3.不履約

效用為 $U(A1)$ =

$$w^{\gamma} + \exp(-\beta * t) \tilde{E}_P(U(A2), U(A3), U(A4))$$

效用較大的策略($\max(U(V_t^{0\%}), U(V_t^{50\%}), U(V_t^{100\%}))$)
即為員工的選擇。



機率加權函數(Probability weighting function)

$$\bullet w(F(x)) = \frac{F(x)^\delta}{[F(x)^\delta + (1-F(x))^\delta]^{\frac{1}{\delta}}}$$

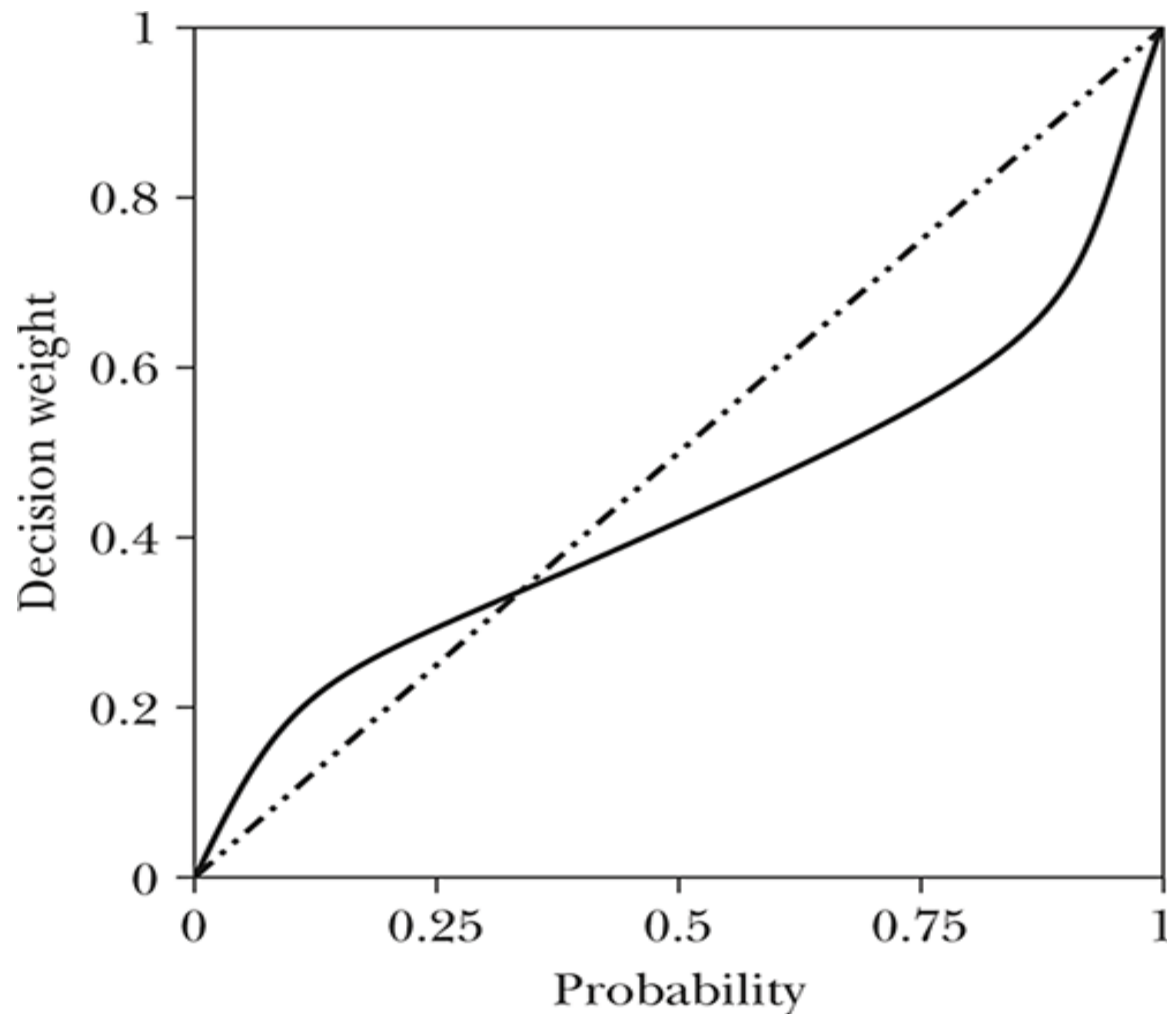
For event $\{a < X < b\}$

Original probability :

$$P(a < X < b) = F(b) - F(a)$$

After Probability Weighting :

$$P(a < X < b) = w(F(b)) - w(F(a))$$



真實世界機率與機率加權函數

- $\tilde{E}_P$ 代表由「真實世界機率測度經過Probability weighting function 轉換」所對應機率空間計算的期望值。

$$P_{u,i,t}^{a\%} \times V_{u,i,t,\text{real}}^{a\%} + P_{m,i,t}^{a\%} \times V_{m,i,t,\text{real}}^{a\%} + P_{d,i,t}^{a\%} \times V_{d,i,t,\text{real}}^{a\%} = V_\mu$$

$$P_{u,i,t}^{a\%} \times \left(V_{u,i,t,\text{real}}^{a\%} - V_\mu\right)^2 + P_{m,i,t}^{a\%} \times \left(V_{m,i,t,\text{real}}^{a\%} - V_\mu\right)^2 + P_{d,i,t}^{a\%} \times \left(V_{d,i,t,\text{real}}^{a\%} - V_\mu\right)^2 = V_{\text{start}}^2 * \left[e^{\sigma^2 * \Delta t} - 1\right] * e^{2 * \mu * \Delta t}$$

$$P_{u,i,t}^{a\%} + P_{m,i,t}^{a\%} + P_{d,i,t}^{a\%} = 1$$

$$\tilde{P}_{d,i,t}^{a\%} = w\left(P_{d,i,t}^{a\%}\right)$$

$$\tilde{P}_{m,i,t}^{a\%} = w\left(P_{m,i,t}^{a\%} + P_{d,i,t}^{a\%}\right) - w\left(P_{d,i,t}^{a\%}\right)$$

$$\tilde{P}_{u,i,t}^{a\%} = 1 - w\left(P_{m,i,t}^{a\%} + P_{d,i,t}^{a\%}\right)$$

參考自Sun & Widdicks(2016)

3.RDEU

敏感性分析

觀察ESO成本對各變數變動影響結果

輸入參數

- (1). 期初公司資產價值($V_0=9,910,000,000$ ，Otto(2014) Table3的平均數) ↵
- (2). 債券票面價值($D=V_0 \times 0.18$ ，0.18為Otto(2014)Table3的中的leverage ratio平均數) ↵
- (3). 票面利率($c=0.078$ ，2000年10-Year High Quality Market (HQM) Corporate Bond Spot Rate的平均值) ↵
- (4). 公司價值波動度($\sigma=0.3$ ，Hall et al.(2002)2000年的樣本平均) ↵
- (5). 破產成本比例($p=0.4296$ ，Hamilton(2007)中AA bond的constant recovery rate為57.04%) ↵
- (6). 無風險利率($r=0.06$ ，Hall et al.(2002)2000年的樣本平均) ↵
- (7). 公司所得稅($\tau_{\text{corporate}} = 0.21$ ，美國公司所得稅率) ↵
- (8). 真實世界折現率 ($\mu=0.125$ ，Hall et al.(2002)的樣本平均代入CAPM推得) ↵
- (9). 員工風險趨避係數($\gamma=0.5$ ，Jain and Subramanian (2004)中的風險趨避係數) ↵
- (10). 員工年薪資($wage=670,000$ ，Otto(2014)Table2的平均數) ↵
- (11). 股利設定仿照票面利率，以2000年S&P500的dividend yield估計 (dividend yield = 1.22%，換算成本文Div約為99,140⁷) ↵
- (12). 在外流通股數($O=1,000$ ，可看成每股占總股權千分之一) ↵
- (13). 債券和認股權到期日($T=10$ ，Hall et al.(2002)的設定) ↵
- (14). 認股權張數 $N=7$ (Otto(2014)Table2的每年CEO獲得認股權價值的平均數為3,087,000，換算到本文10年的認股權價值總額應為30,870,000，而本文在其他設定皆固定下，10年總認股權張數為7張(每張認股權換一股)的認股權價值最接近此值，且遠小於Huddart and Lang(1996)Table2所提到的實證資料中：認股權占公司shares outstanding的最大值為32.4%，7張只占0.7%屬於合理範圍) ↵
- (15). 認股權閉鎖期(vesting period)($T_{\text{exercise}}=3$ ，Hall et al.(2002)的樣本平均數) ↵
- (16). 一年內有12個可履約時間點(本模型設定一年內可以履約多次，以一年有12個可履約時間點為標準) ↵
- (17). 本文選用的效用函數為 $U(W) = e^{-\beta t} \times W^\gamma$ ， γ 為員工的風險趨避係數， $0 < \gamma < 1$ ，當 γ 值越大時越風險中立；反之越風險趨避。↵
- (18). degree of probability weighting $\delta = 0.69$ (Sun and Widdicks 2016設定) ↵
- (19). 模型計算出來的數據皆用過MM理論驗證： $V_0 + TB_0 - BC_0 = D_0 + E_0 + ESO_0 + \text{Salary}$ (V_0 為期初公司資產價值，其他價值皆是用資產樹模型透過倒推法求出期初的期望價值)。↵

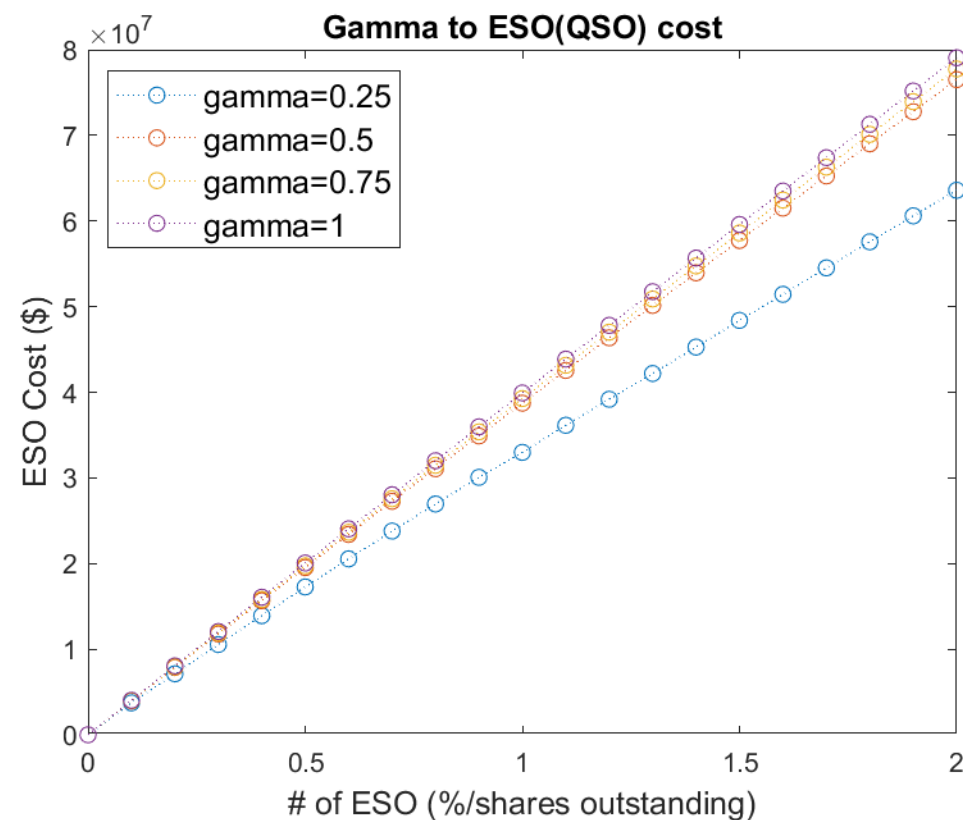
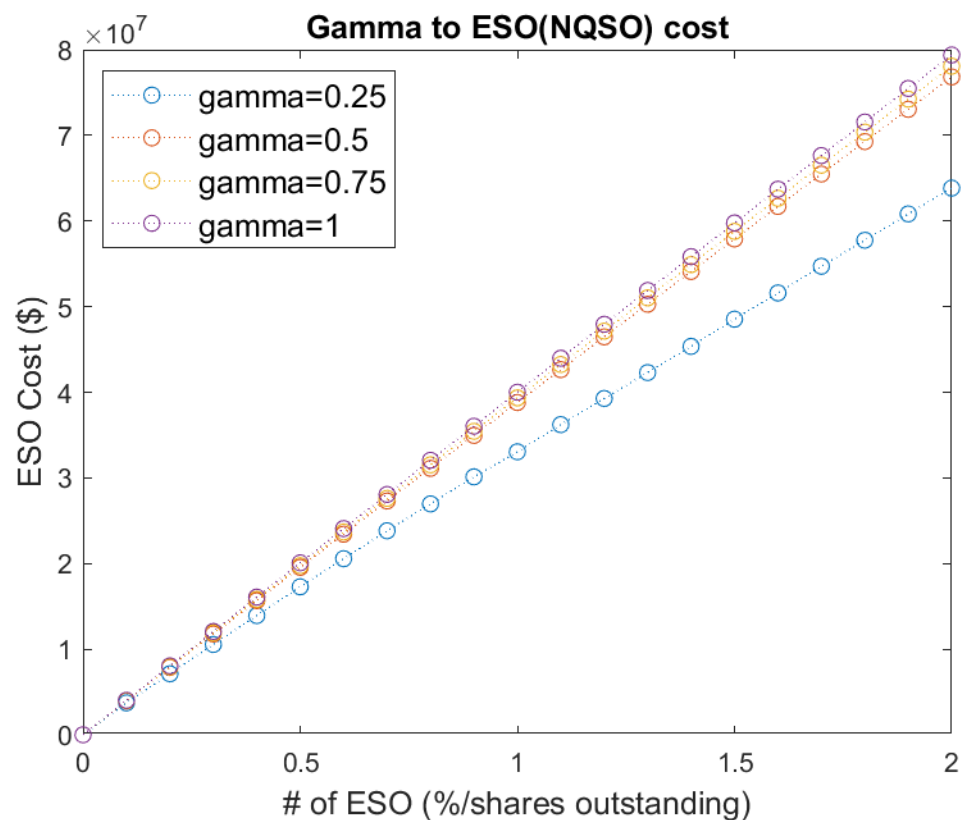
在以下幾個情況下，ESO的成本會上升。						
調整變數	<u>風險趨避程度上升</u>	<u>員工財富or現金薪資上升</u>	<u>資產價值(股價)波動度上升</u>	<u>ESO到期年限上升</u>	<u>股利下降</u>	<u>Degree of probability weighting下降</u>
相關文獻	Jain and Subramanian (2004)	Carpenter et all 2010	Jain and Subramanian 2004	Jain and Subramanian (2004)	Carpenter et al. (2010)	Sun and Widdicks (2016)
	Leung and Sircar (2009)	巫柏宏 (2020)	巫柏宏(2020)	巫柏宏(2020)	Leung and Sircar(2009)	
	Grasselli and Henderson (2009)				巫柏宏(2020)	
	巫柏宏(2020)					

敏感性分析—風險趨避程度 γ

$$U(W) = W^\gamma \times e^{-\beta t}$$

Arrow-Pratt's risk aversion coefficient = $1 - \gamma$

γ 越大代表員工越接近風險中立(越不趨避)，員工越偏好風險→越晚履約→ESO成本上升

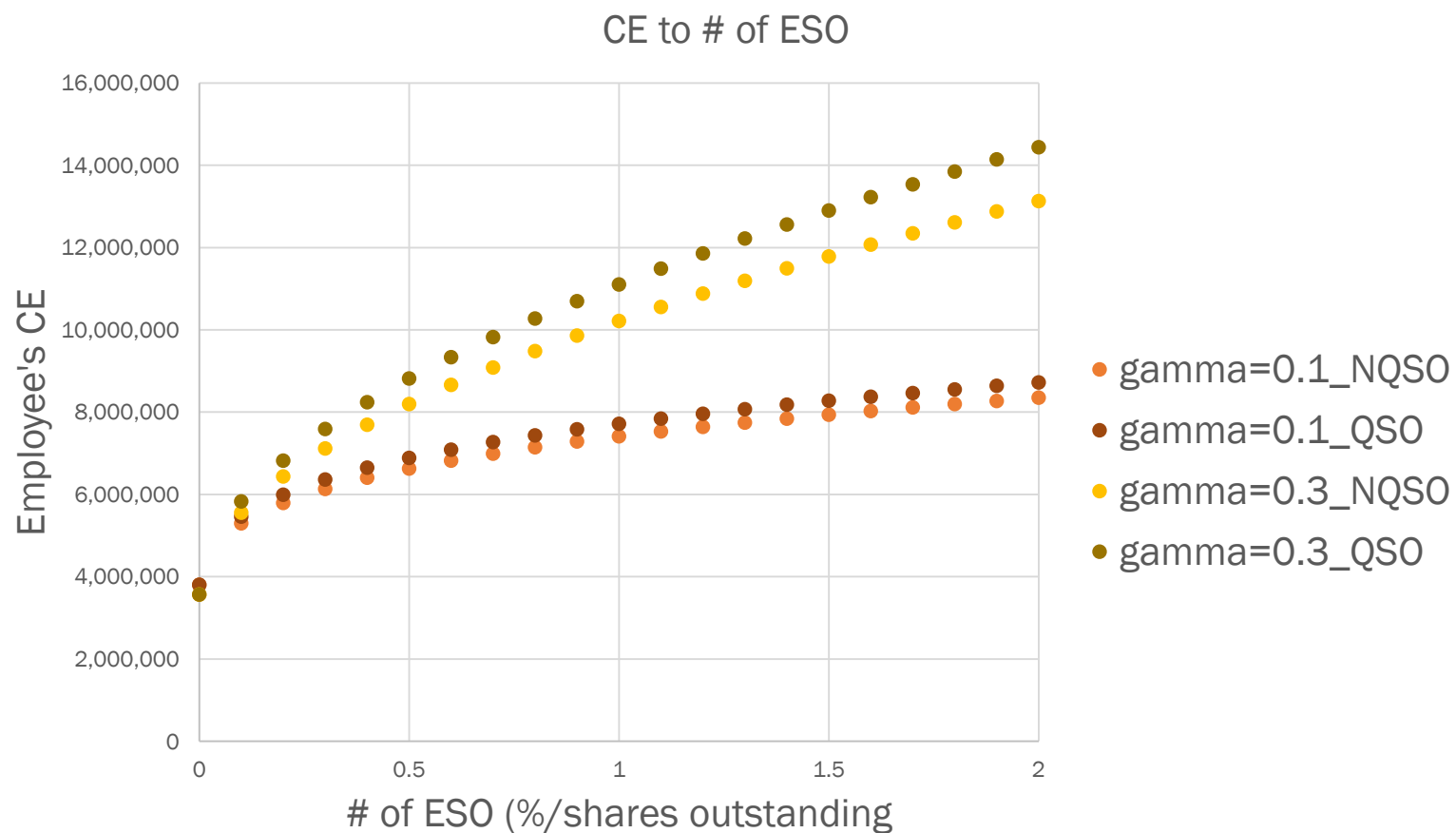


員工CE—風險趨避程度 γ

$$U(W) = W^\gamma \times e^{-\beta t}$$

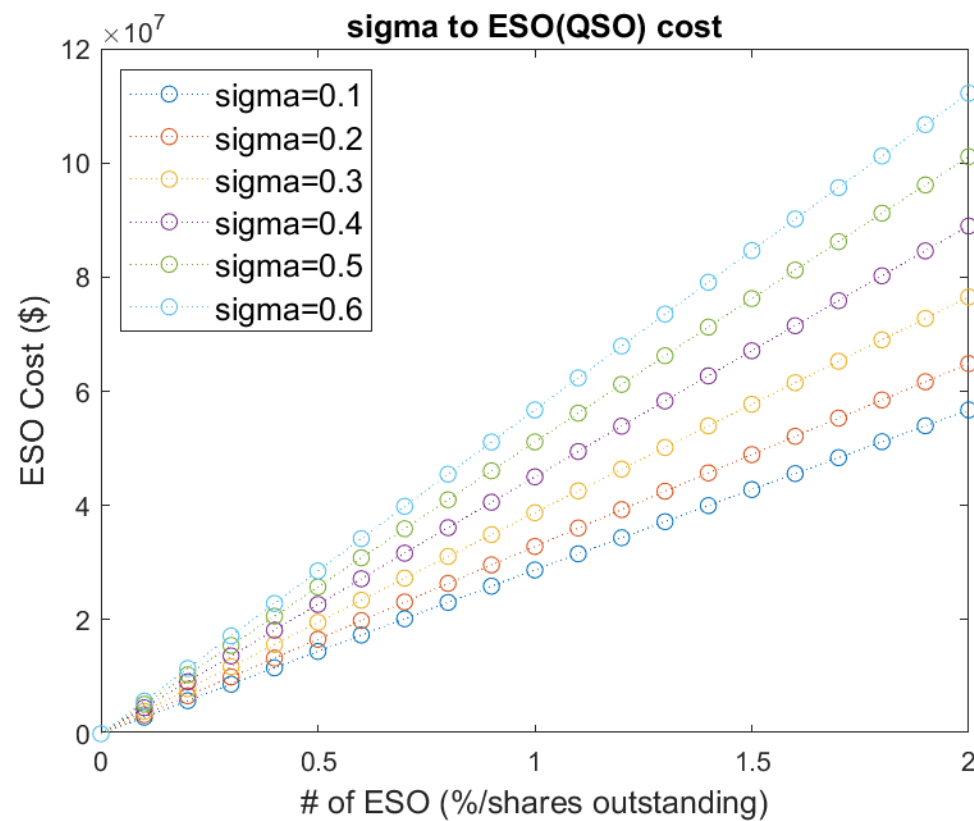
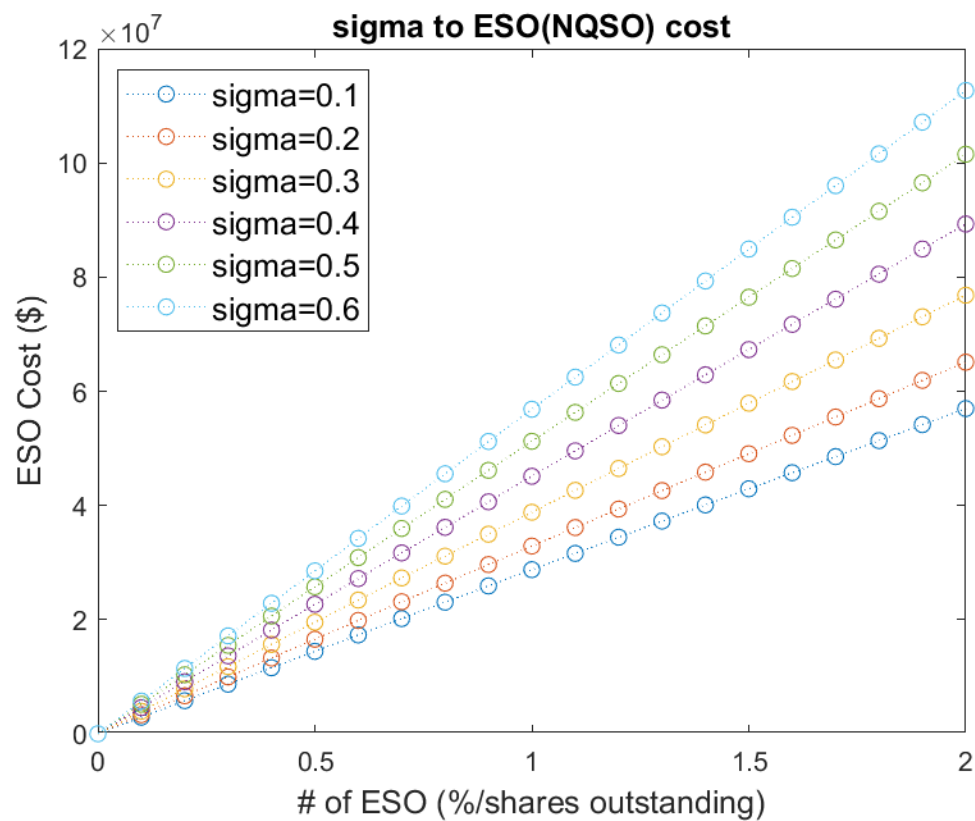
Arrow-Pratt's risk aversion coefficient = $1 - \gamma$

γ 越大，員工趨於風險愛好，效用函數越接近線型，對ESO這種報酬具隨機性的資產偏好度提升



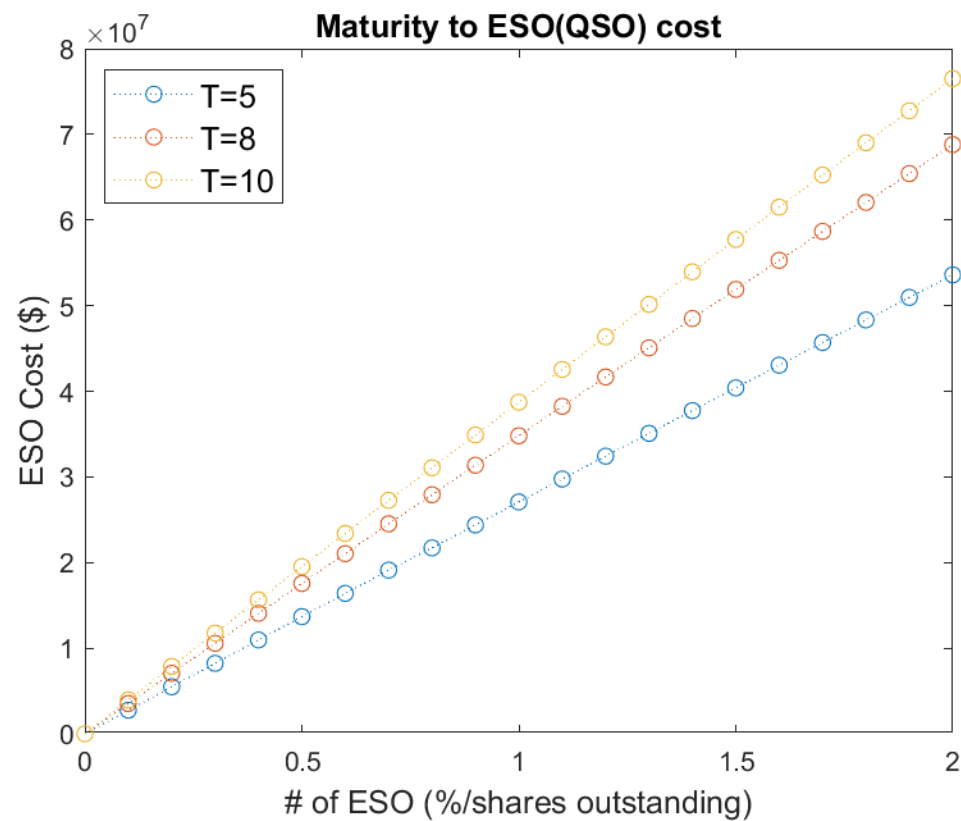
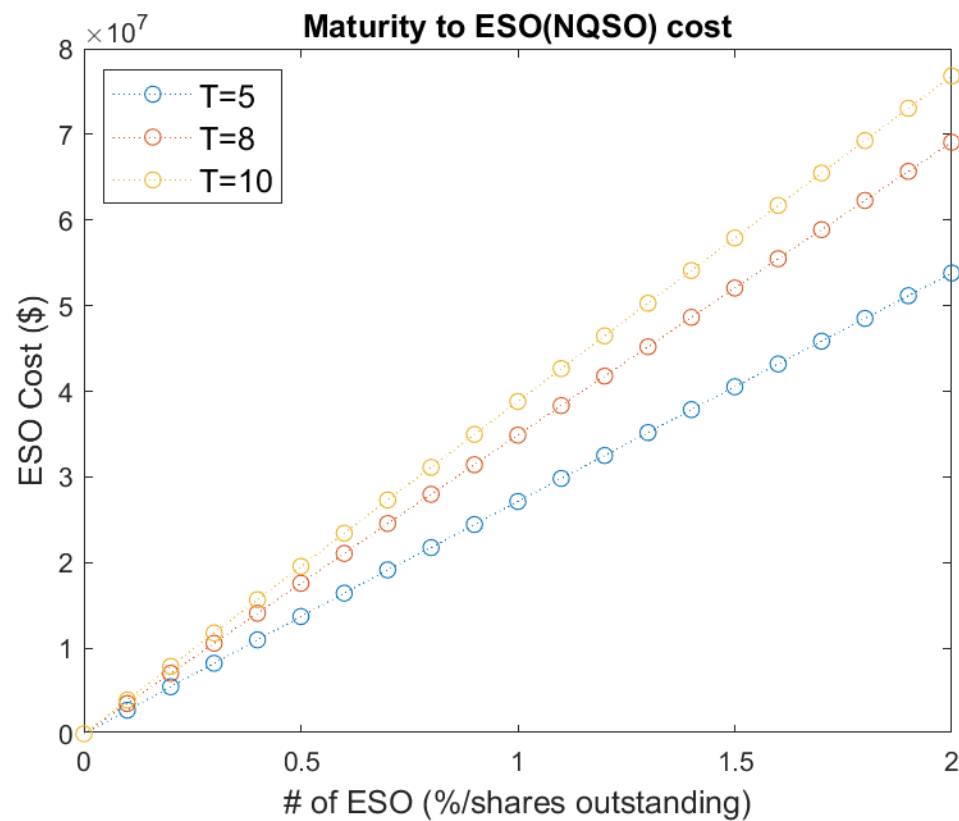
敏感性分析—股價/資產價值波動度

σ 越大代表公司資產價值、股價波動度大→ESO成本上升



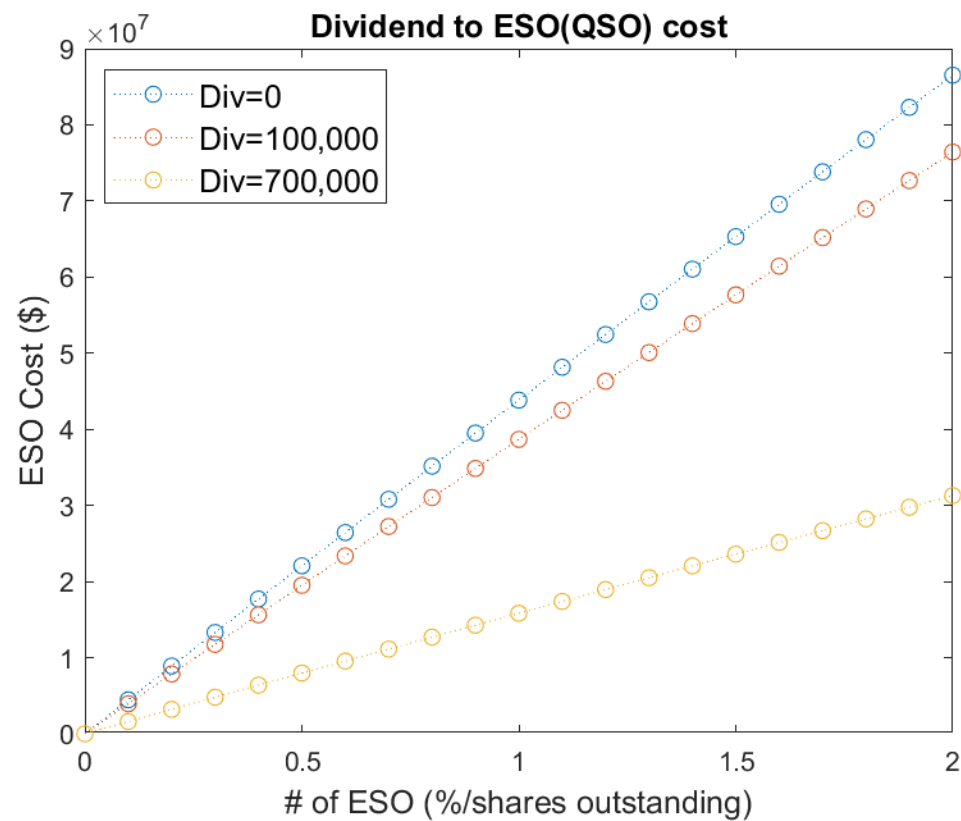
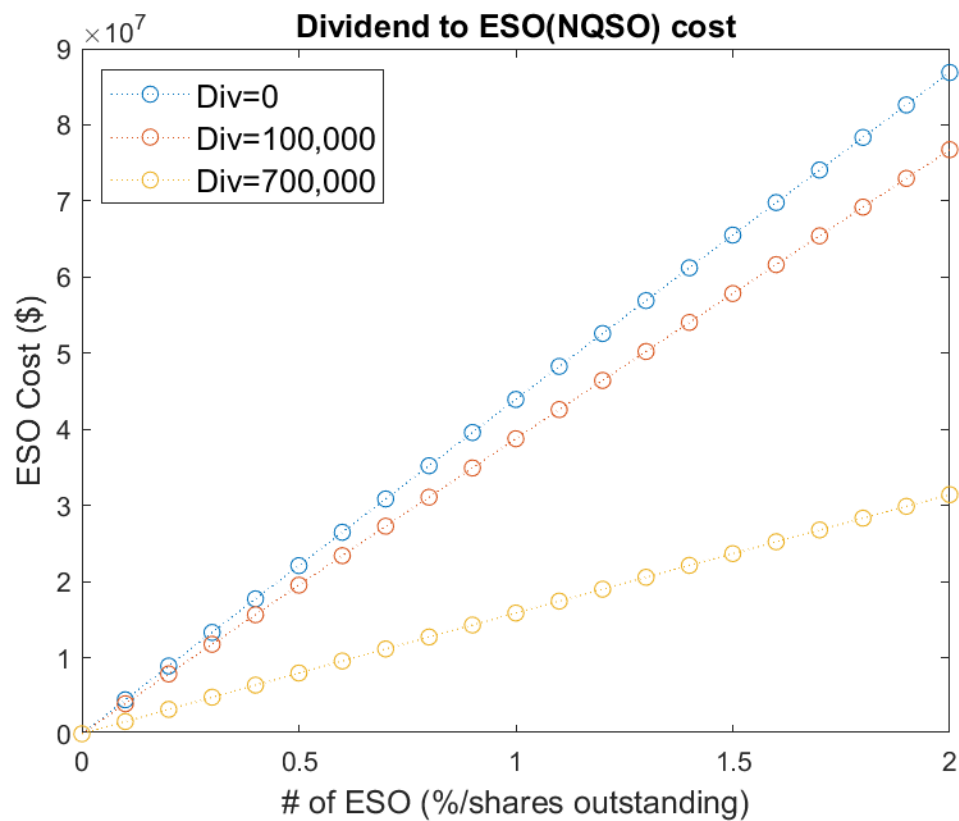
敏感性分析—到期年限

到期年限 T 越大，代表可選擇較晚履約→ESO成本上升



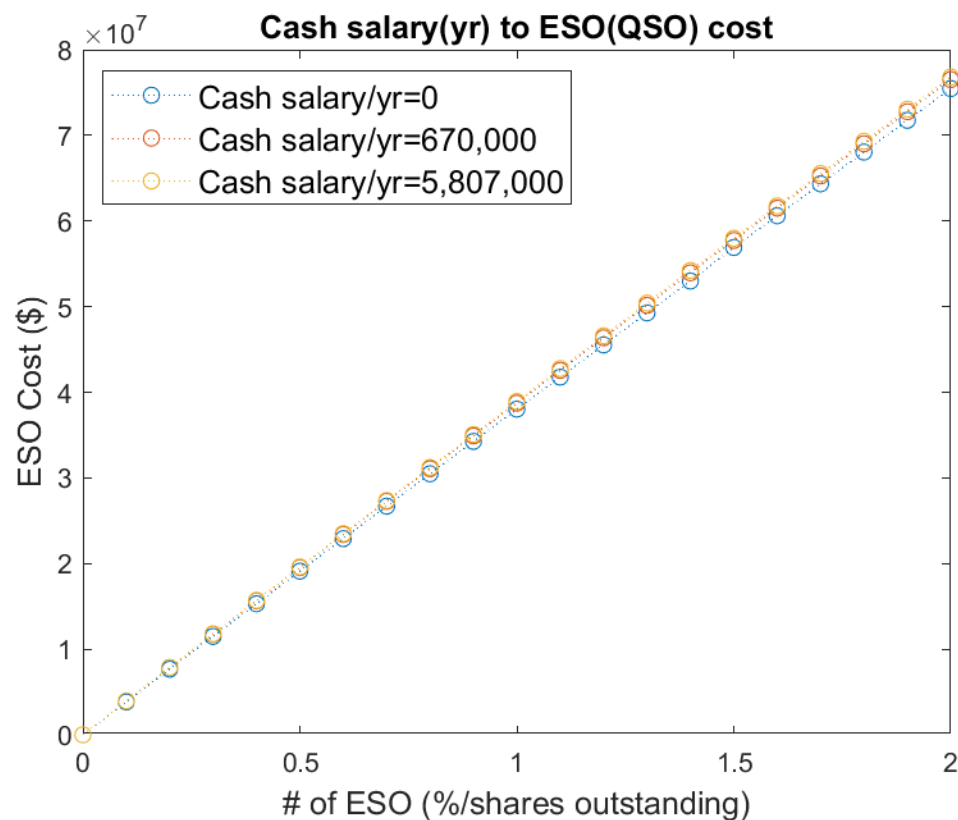
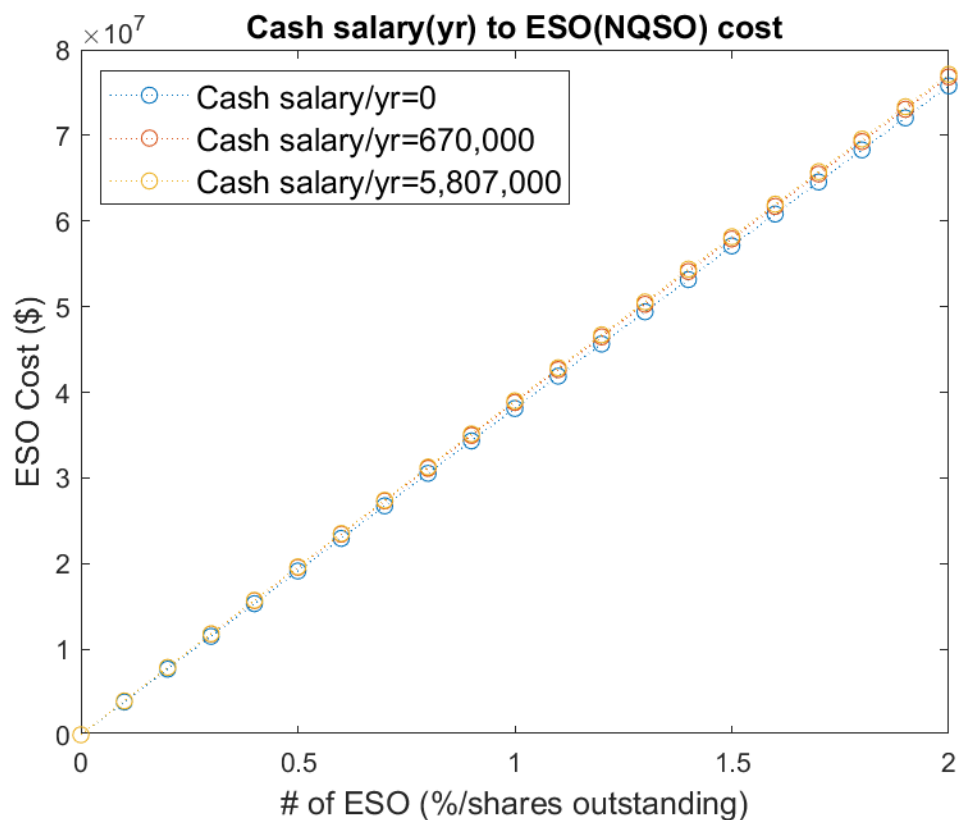
敏感性分析—每年股利發放金額

每年股利發放金額越高，股價在配息時影響越大→員工傾向提早履約→履約成本下降。



敏感性分析—現金薪資(年)

現金薪資每年股利發放金額越高，ESO履約報酬對員工差異越小→員工傾向越晚履約→履約成本提升。



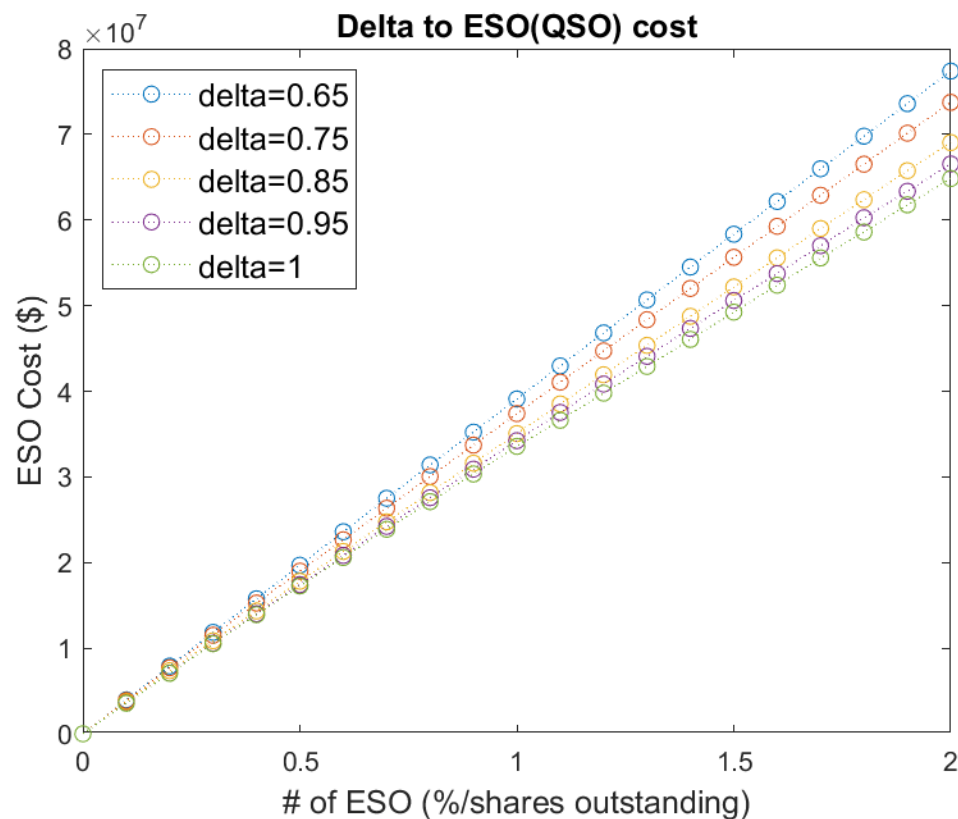
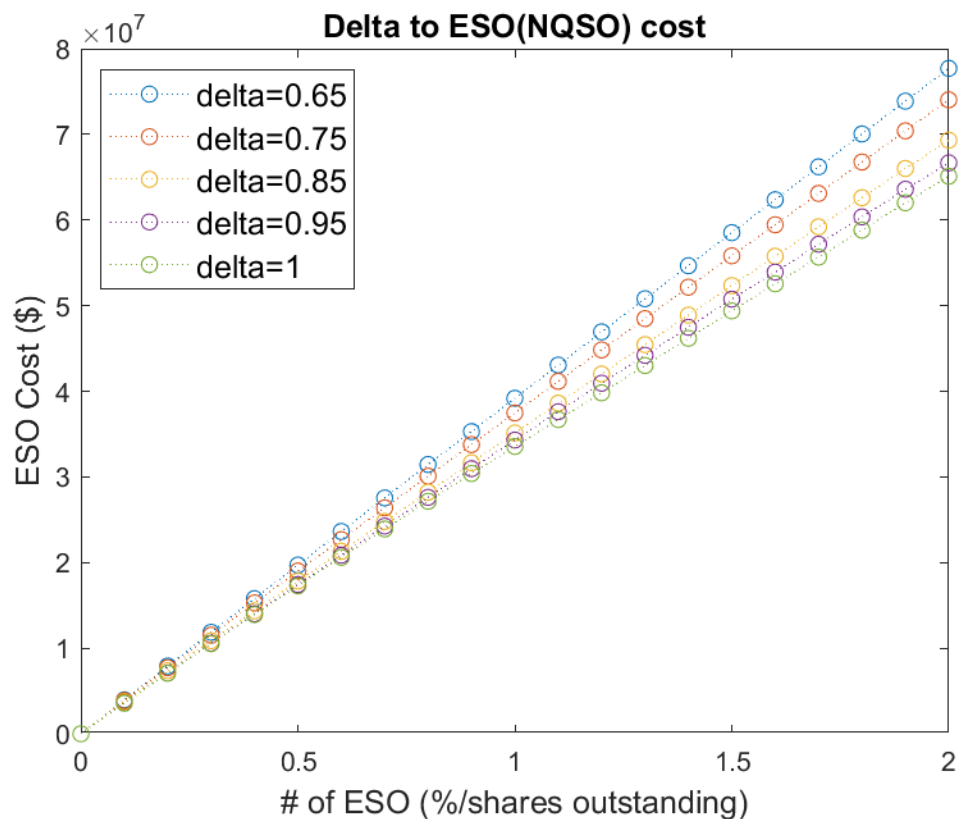
敏感性分析—現金年薪資

NQSO cost \ N	0	0.5	1.0	1.5	2.0
Wage=0	0	19,128,554	38,108,834	57,089,084	75,781,428
Wage=670,000	0	19,548,016	38,805,866	57,903,731	76,827,739
Wage=5,807,000	0	19,617,143	38,998,455	58,157,763	77,126,071
QSO cost \ N	0	0.5	1.0	1.5	2.0
Wage=0	0	19,108,772	38,030,405	56,913,767	75,463,482
Wage=670,000	0	19,527,713	38,725,709	57,725,306	76,513,790
Wage=5,807,000	0	19,596,700	38,917,657	57,978,023	76,810,079



敏感性分析—機率決策函數

δ 越小代表員工越容易高估低機率事件，股價上漲的機率被高估→員工傾向越晚履約→履約成本上升。



4.研究驗證結果

比較何種最佳化最貼近公司發行ESO的決策

滿足實證現象同時延伸過往的理論模型

研究目標

模型介紹

敏感性分析

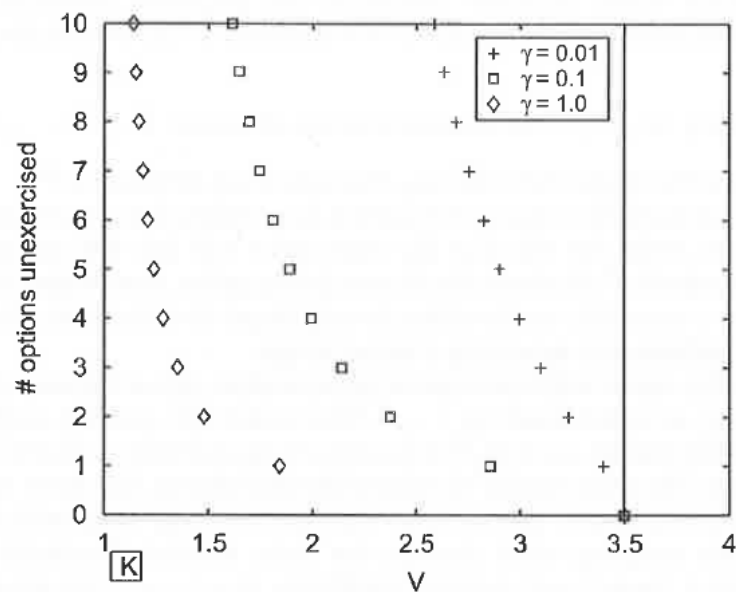
研究結果

結論

部分履約與履約邊界

Huddart & Lang (1996)及Carpenter(2019)都提到員工會部分履約ESO

我們的模型雖然允許員工履約部分ESO，但得檢驗模型裡實際履約情形是否也成立，同時我們也觀察履約股價邊界，並和Grasselli & Henderson(2009)進行比較



我們以一年一期的資產樹，針對員工「已履約0%時，最適履約比例」作圖

i=14											1
i=13										0.5	1
i=12									0.4	0.5	1
i=11								0.3	0.4	0.5	1
i=10							0.2	0.3	0.4	0.5	1
i=9						0.2	0.2	0.3	0.4	0.5	1
i=8					0.2	0.2	0.2	0.3	0.4	0.5	1
i=7				0.2	0.2	0.2	0.2	0.3	0.4	0.5	1
i=6			0	0.2	0.2	0.2	0.2	0.3	0.4	0.5	1
i=5		0	0	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.5	1
i=4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i=3		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i=2			0	0	0	0	0	0	0	0	0
i=1				0	0	0	0	0	0	0	0
	t=0	t=1	t=2	t=3=t _{vest}	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=T=10

研究目標	Optimal exercise ratio (100% ESO remaining) 0 0 0 0 0 0 0 0 0											
模型介紹	Optimal exercise ratio (90% ESO remaining) 0 0 0 0 0 0 0 0 0											
敏感性分析	Optimal exercise ratio (80% ESO remaining) 0 0 0 0 0 0 0 0 0											
研究結果	Optimal exercise ratio (70% ESO remaining) 0 0 0 0 0 0 0 0 0											
結論	Optimal exercise ratio (60% ESO remaining) 0 0 0 0 0 0 0 0 0											

研究目標	Optimal exercise ratio (50% ESO remaining)					0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.5	
					0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.5	
				0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.5	
			0	0	0	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.2	0.5
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
模型介紹	Optimal exercise ratio (40% ESO remaining)					0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.4	
					0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.4	
				0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.4	
			0	0	0	0	0	0	0.1	0.1	0.2	0.4	
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
敏感性分析	Optimal exercise ratio (30% ESO remaining)					0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.3	
					0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.3	
				0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.3	
			0	0	0	0	0	0	0	0.1	0.1	0.3	
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
研究結果	Optimal exercise ratio (20% ESO remaining)					0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	
					0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	
				0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	
			0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0.2	
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
結論	Optimal exercise ratio (10% ESO remaining)					0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	
					0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	
				0	0	0	0	0	0	0.1	0.1	0.1	
			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

- 1.員工最適履約比例落在10%~100%之間，代表確實在我們模型中，員工確實會部分履約
- 2.在履約邊界上，Grasselli & Henderson(2009)僅提出「履約邊界隨已履約張數上升」的結果，在該篇論文裡，員工的最佳履約方式會是逐張履約。在我們的結果中，履約邊界確實隨已履約張數上升(逐批履約)外，也發現會隨著接近到期日，最適履約比例上升，代表員工延後履約ESO的傾向。

研究驗證結果總表

RDEU		ESO存在的 合理性	#NQSO > #QSO	$\sigma \uparrow, N \uparrow$ Spalt (2013)	CEO拿接近零 現金薪資的情 況	部分履約
Fix package Cost	Max firm value	O	O	X	O(All)	O
	Max CE	O	X	O (除了 $\gamma=0.9$)	$\gamma=0.9$	O
Fix CE	Max firm value	O	O	O (除了 $\gamma=0.9$)	$\gamma=0.9$	O
	Min package cost	O	X	O (除了 $\gamma=0.9$)	$\gamma=0.9$	O

檢驗 σ 與發行張數的關聯— 固定公司薪資成本下的最佳化

- (1)極大化公司槓桿價值
- (2)極大化員工感受度

$$\text{Fixed Cost} = V * 0.0012021 * T$$

- ExecuComp資料庫在2017年2,500家公司的高階管理人員薪酬資料篩選公司資產價值在50億到100億美元區間(我們的模型根據Otto(2014)設定期初資產價值為99.1億)，一年的薪資成本(現金薪資、限制型股票、現金獎勵、認股選擇權)樣本平均數約占公司價值的0.12021%。
- $\sigma = [0.1 \ 0.2 \ 0.3 \ 0.4 \ 0.5]$
- $N = [0 \ 1 \ 2 \ \dots \ \text{maxN}]$ (#shares outstanding 0 = 1,000)
- $\gamma = [0.1 \ 0.3 \ 0.5 \ 0.7 \ 0.9]$
- $\mu = \beta = 0.06 = r_f$
- 其他條件相同

搜尋最大張數 maxN

- 我們定義搜尋張數的上界 maxN 為：最小張數使得
 $\text{Cost}(N = \text{maxN}, \text{wage} = 0) \geq \text{target Cost}$
- 因為認股權成本隨著張數嚴格遞增，在 target Cost 固定下 maxN 必定存在。

NQSO	maxN	O=1000					QSO	maxN	O=1000			
$r \setminus \sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5		$r \setminus \sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0.1	87.9	70.6	48.9	40.7	33.4		0.1	104.7	71.6	49.4	41	33.7
0.3	50.8	46.9	39.9	33.5	28.4		0.3	51.3	47.3	40.2	33.7	28.6
0.5	41.4	36.5	31.1	26.7	23.5		0.5	41.8	36.8	31.3	26.9	23.6
0.7	41	35.7	30.3	26.2	23.1		0.7	41.3	36	30.5	26.3	23.2
0.9	40.9	35.7	30.3	26.1	23.1		0.9	41.3	35.9	30.5	26.3	23.2

(1)固定公司薪資成本 極大化公司槓桿價值

fix cost / max firm leverage value						fix cost / max firm leverage value					
NQSO						QSO					
Panel A	# of ESO (shares outstanding=1,000)					Panel A	# of ESO (shares outstanding=1,000)				
$r \setminus \sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	$r \setminus \sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0.1	87.6	68.8	42.1	39.6	29.3	0.1	0	0	0	0	0
0.3	45.7	46.4	38	33	28.3	0.3	0	0	0	0	0
0.5	38.7	36.5	30.9	26.7	23.5	0.5	0	0	0	0	0
0.7	36.4	35.7	30.3	26.2	23.1	0.7	0	0	0	0	0
0.9	39.8	35.7	30.3	26.1	23.1	0.9	0	0	0	0	0
Panel B	ESO cost / Package cost					Panel B	ESO cost / Package cost				
$r \setminus \sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	$r \setminus \sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0.1	1.000	1.000	0.945	0.982	0.883	0.1	0	0	0	0	0
0.3	0.972	1.000	0.995	0.996	1.000	0.3	0	0	0	0	0
0.5	0.936	0.999	0.995	0.998	0.999	0.5	0	0	0	0	0
0.7	0.887	0.998	0.998	0.999	0.997	0.7	0	0	0	0	0
0.9	0.971	1.000	0.998	0.997	0.997	0.9	0	0	0	0	0



(2)固定公司薪資成本 極大化員工感受度

(Oyer and Schaefer(2005) 所採用的發行策略)

fix cost / max CE						fix cost / max CE					
NQSO						QSO					
Panel A	# of ESO (shares outstanding=1,000)					Panel A	# of ESO (shares outstanding=1,000)				
$r \setminus \sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	$r \setminus \sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0.1	1	0.9	0.8	0.6	0.6	0.1	1.2	1.1	0.9	0.8	0.6
0.3	1.5	1.4	1.2	1	0.9	0.3	1.9	1.8	1.5	1.2	1.1
0.5	3	3.1	2.6	2.3	2.1	0.5	4	3.9	3.3	2.9	2.6
0.7	11.9	13.3	13.5	13.8	14.3	0.7	17.2	18.4	17.8	17.4	17.2
0.9	40.8	35.6	30.3	26.1	23.1	0.9	41.3	35.9	30.5	26.3	23.2
Panel B	ESO cost / Package cost					Panel B	ESO cost / Package cost				
$r \setminus \sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	$r \setminus \sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0.1	0.024	0.025	0.026	0.023	0.026	0.1	0.029	0.031	0.029	0.030	0.026
0.3	0.037	0.039	0.040	0.038	0.039	0.3	0.046	0.050	0.049	0.046	0.047
0.5	0.073	0.087	0.086	0.088	0.091	0.5	0.098	0.109	0.109	0.111	0.113
0.7	0.291	0.373	0.446	0.528	0.618	0.7	0.418	0.514	0.586	0.663	0.740
0.9	0.995	0.997	0.998	0.997	0.997	0.9	0.999	0.998	0.998	0.999	0.996



檢驗 σ 與發行張數的關聯— 固定員工感受度(CE)下的最佳化

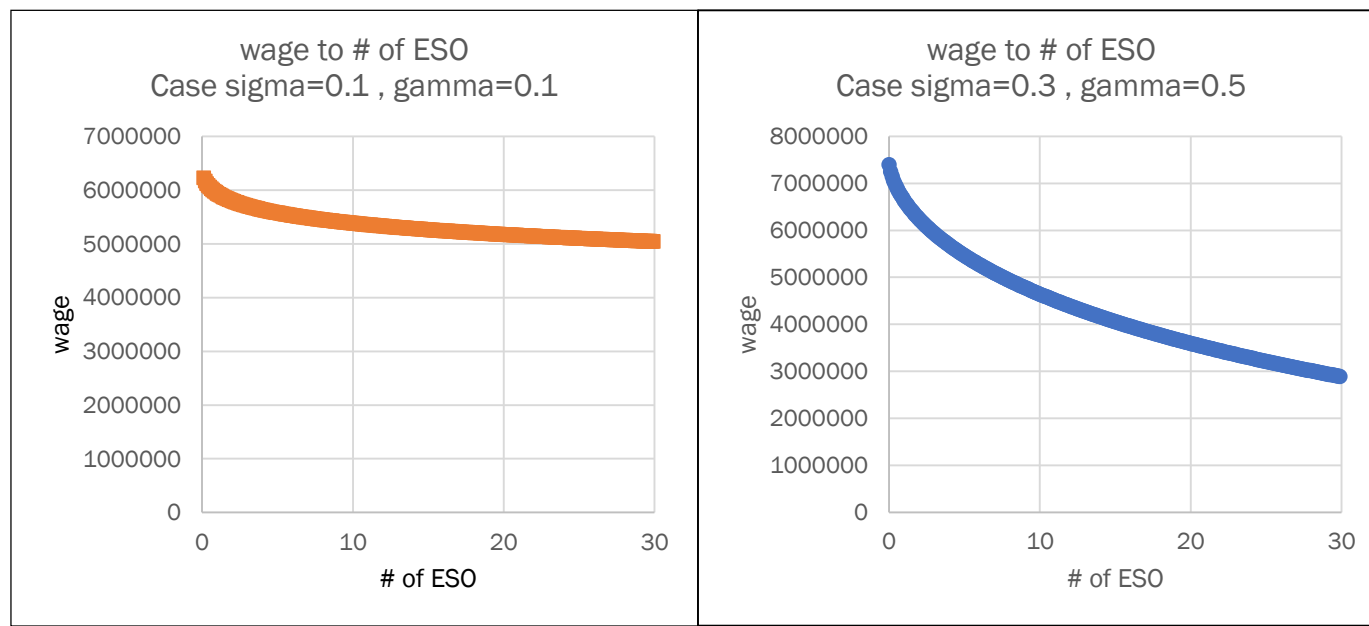
- (1)極大化公司槓桿價值
- (2)極小化公司薪資成本

Fixed CE= 35,879,430

- 以Otto(2014)樣本平均數(認股權張數 $N=7$ / 員工年薪 $wage=670,000$ / 每年公司支出之每股股利金額 $Div=99,400$) 在風險趨避係數 γ 改成1(風險中立), $\delta = 1$ (機率無誤差)下, 可以計算出薪酬組合(ESO加上固定薪資)之確定等值約為 35,879,430 , 以此當作我們的目標CE。
- $\sigma = [0.1 \ 0.2 \ 0.3 \ 0.4 \ 0.5]$
- $N = [0 \ 1 \ 2 \ \dots \ maxN]$ (#shares outstanding 0 = 1,000)
- $\gamma = [0.1 \ 0.3 \ 0.5 \ 0.7 \ 0.9]$
- $\mu = \beta = 0.06 = r_f$
- 其他條件相同

最大張數maxN

- 在此我們定義搜尋張數的上界 maxN為：最小張數使得 $CE(N = \max N, \text{wage} = 0) \geq \text{target CE}$
- 我們發現在某些 σ 及 γ 下，每多出一張ESO對於CE的貢獻是有限的，員工並不會再把原本固定年薪wage替換成ESO，使得wage最終收斂在特定金額，因此我們設定一個固定上限 $N=30$ 。



最大張數maxN

NQSO	maxN	O=1000					QSO	maxN	O=1000			
$\Upsilon \setminus \sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5		$\Upsilon \setminus \sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0.1	30	30	30	30	30		0.1	30	30	30	30	30
0.3	30	30	30	30	30		0.3	30	30	30	30	30
0.5	30	30	30	30	30		0.5	30	30	30	30	30
0.7	30	30	21.7	14.9	10.6		0.7	30	25.4	17	11.7	8.3
0.9	15.9	9.5	5.9	3.7	2.4		0.9	12.5	7.5	4.6	2.9	1.9

(1)固定員工感受度(CE) 極大化公司槓桿價值

fixed CE / max firm leverage value						fixed CE / max firm leverage value					
NQSO						QSO					
Panel A	# of ESO (shares outstanding=1,000)					Panel A	# of ESO (shares outstanding=1,000)				
$\Upsilon \setminus \sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	$\Upsilon \setminus \sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0.1	0.2	0.2	0.2	0.3	0.5	0.1	0.2	0.2	0.2	0.2	0.4
0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	0.5	0.5	0.6	0.6	0.7	0.8
0.7	1.5	2.6	3.5	4.2	4.5	0.7	1.2	2.1	2.7	3.3	3.6
0.9	12.7	9.2	5.9	3.7	2.4	0.9	10.1	7.2	4.6	2.9	1.9
Panel B	ESO cost / Package cost					Panel B	ESO cost / Package cost				
$\Upsilon \setminus \sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	$\Upsilon \setminus \sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0.1	0.013	0.015	0.015	0.018	0.019	0.1	0.013	0.015	0.015	0.012	0.015
0.3	0.017	0.026	0.030	0.032	0.031	0.3	0.017	0.020	0.023	0.024	0.023
0.5	0.033	0.045	0.060	0.076	0.091	0.5	0.028	0.039	0.046	0.060	0.075
0.7	0.083	0.172	0.285	0.421	0.559	0.7	0.068	0.144	0.234	0.364	0.508
0.9	0.822	0.969	0.994	0.973	0.985	0.9	0.794	0.955	0.979	0.957	0.993



(2)固定員工感受度(CE) 極小化公司薪資成本

fixed CE / min package cost						fixed CE / min package cost					
NQSO						QSO					
Panel A	# of ESO (shares outstanding=1,000)					Panel A	# of ESO (shares outstanding=1,000)				
$\Upsilon \setminus \sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	$\Upsilon \setminus \sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0.1	0.2	0.2	0.2	0.3	0.5	0.1	0.3	0.3	0.3	0.3	0.6
0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4	0.3	0.5	0.5	0.4	0.4	0.5
0.5	0.6	0.7	0.8	0.8	0.9	0.5	0.9	1	1	1.1	1.1
0.7	1.5	2.6	3.3	4	4.3	0.7	2.7	3.9	4.5	4.8	4.7
0.9	12.7	9.2	5.9	3.7	2.4	0.9	11.9	7.4	4.6	2.9	1.9
Panel B	ESO cost / Package cost					Panel B	ESO cost / Package cost				
$\Upsilon \setminus \sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	$\Upsilon \setminus \sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0.1	0.013	0.015	0.015	0.018	0.019	0.1	0.019	0.022	0.023	0.018	0.023
0.3	0.017	0.026	0.030	0.032	0.031	0.3	0.029	0.033	0.030	0.032	0.039
0.5	0.033	0.045	0.060	0.068	0.082	0.5	0.050	0.065	0.076	0.095	0.103
0.7	0.083	0.172	0.269	0.402	0.534	0.7	0.154	0.272	0.397	0.539	0.674
0.9	0.822	0.969	0.994	0.973	0.985	0.9	0.959	0.986	0.979	0.957	0.993

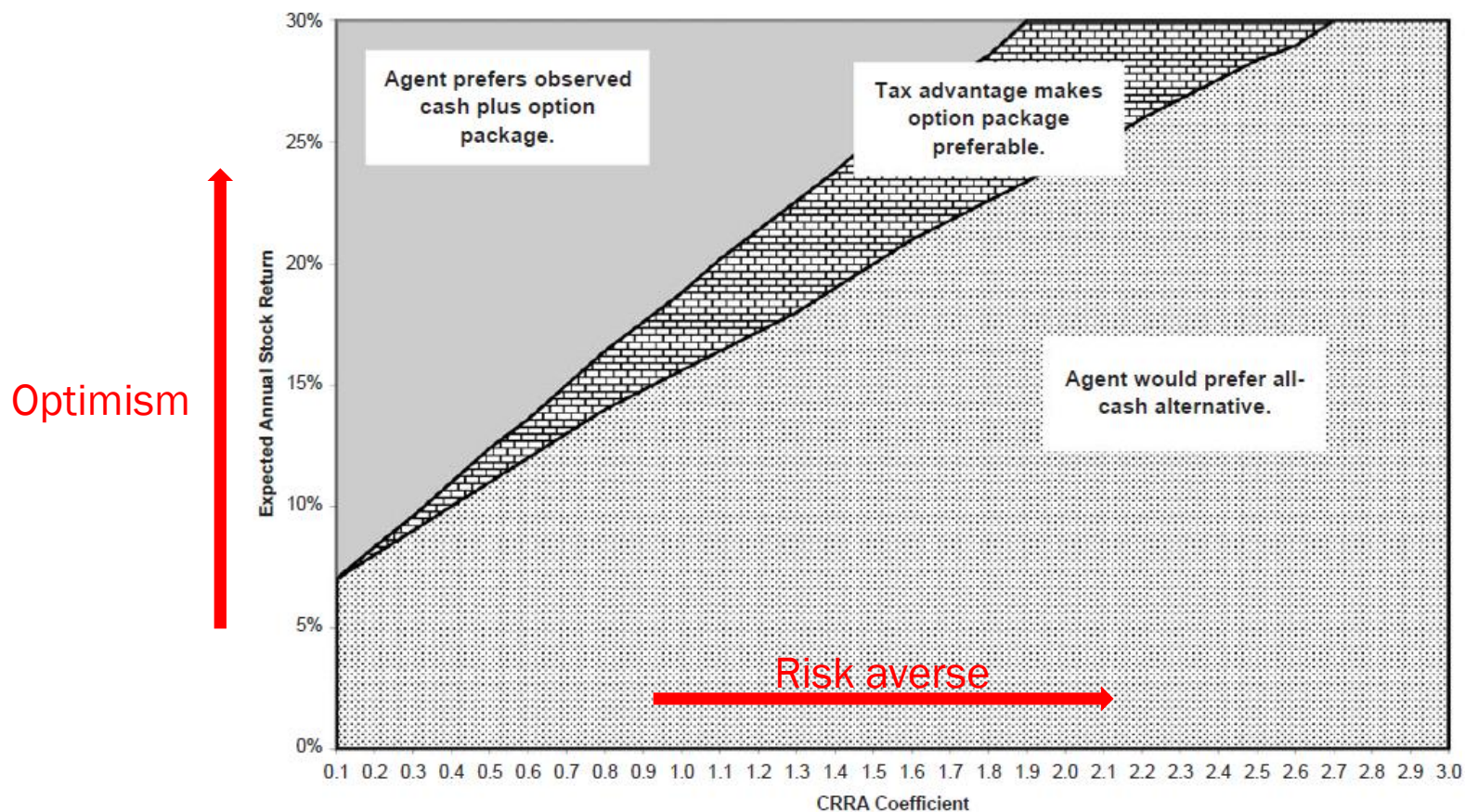


檢驗排序效果 Sorting effect— 固定員工感受度(CE)下的最佳化

極大化公司槓桿價值

Sorting effect

- 我們參照Oyer and Schaefer(2005)所做的圖，同樣以預期報酬率 μ 和風險趨避係數 γ 為軸，並以最適張數為軸作圖。



Fixed CE= 35,879,430

- 以Otto(2014)樣本平均數(認股權張數 $N=7$ / 員工年薪 $wage=670,000$ / 每年公司支出之每股股利金額 $Div=99,400$) 在風險趨避係數 γ 改成1(風險中立), $\delta = 1$ (機率無誤差)下, 可以計算出薪酬組合(ESO加上固定薪資)之確定等值約為 35,879,430 , 以此當作我們的目標CE。
- $\sigma = [0.1 \ 0.2 \ 0.3 \ 0.4 \ 0.5]$
- $N = [0 \ 1 \ 2 \ \dots \ maxN]$ (#shares outstanding 0 = 1,000)
- $\gamma = [0.1 \ 0.3 \ 0.5 \ 0.7 \ 0.9]$
- $r_f = \beta = 0.06$
- $\mu = [0.03 \ 0.06 \ 0.09 \ 0.12 \ 0.15 \ 0.18 \ 0.21 \ 0.24]$
- 其他條件相同

最大張數 maxN

maxN	O=1,000						maxN	O=1,000				
NQSO	maxN	O=1,000					QSO	maxN	O=1,000			
$\mu \setminus \nu$	0.9	0.7	0.5	0.3	0.1		$\mu \setminus \nu$	0.9	0.7	0.5	0.3	0.1
0.24	1	3.8	30	30	30		0.24	1	3.8	30	30	30
0.21	1.4	5.3	30	30	30		0.21	1.4	5.3	30	30	30
0.18	2	7.5	30	30	30		0.18	2	7.5	30	30	30
0.15	2.8	10.8	30	30	30		0.15	2.8	10.8	30	30	30
0.12	4.1	15.8	30	30	30		0.12	4.1	15.9	30	30	30
0.09	6	23.6	30	30	30		0.09	6	23.7	30	30	30
0.06	9	30	30	30	30		0.06	9	30	30	30	30
0.03	13.4	30	30	30	30		0.03	13.4	30	30	30	30

fixed CE / max asset						fixed CE / max asset					
NQSO						QSO					
Panel A	# of ESO (shares outstanding=1,000)					Panel A	# of ESO (shares outstanding=1,000)				
$\mu \setminus \gamma$	0.9	0.7	0.5	0.3	0.1	$\mu \setminus \gamma$	0.9	0.7	0.5	0.3	0.1
0.24	1	3.5	3	0.9	0.4	0.24	1	3.4	2.1	0.7	0.3
0.21	1.4	4.6	2.5	0.8	0.4	0.21	1.4	4.2	1.7	0.6	0.3
0.18	2	5.7	2	0.7	0.4	0.18	2	4.7	1.3	0.5	0.3
0.15	2.8	6	1.5	0.6	0.4	0.15	2.8	4.3	1	0.4	0.2
0.12	4.1	4.9	1.1	0.5	0.3	0.12	4.1	3	0.7	0.3	0.2
0.09	6	3	0.9	0.4	0.3	0.09	5.9	1.6	0.5	0.3	0.2
0.06	8.6	1.7	0.6	0.3	0.2	0.06	7.9	0.7	0.3	0.2	0.1
0.03	8.7	0.9	0.4	0.2	0.2	0.03	2.2	0.3	0.1	0.1	0.1
Panel B	ESO cost / Package cost					Panel B	ESO cost / Package cost				
$\mu \setminus \gamma$	0.9	0.7	0.5	0.3	0.1	$\mu \setminus \gamma$	0.9	0.7	0.5	0.3	0.1
0.24	0.641	0.940	0.298	0.075	0.035	0.24	0.640	0.910	0.207	0.058	0.026
0.21	0.776	0.910	0.228	0.065	0.034	0.21	0.775	0.822	0.154	0.049	0.026
0.18	0.916	0.837	0.170	0.056	0.034	0.18	0.915	0.679	0.110	0.040	0.025
0.15	0.927	0.675	0.121	0.047	0.033	0.15	0.926	0.474	0.080	0.031	0.016
0.12	0.987	0.448	0.085	0.038	0.024	0.12	0.987	0.269	0.054	0.023	0.016
0.09	0.995	0.240	0.067	0.030	0.023	0.09	0.975	0.127	0.037	0.022	0.015
0.06	0.961	0.126	0.043	0.021	0.014	0.06	0.872	0.052	0.022	0.014	0.007
0.03	0.687	0.063	0.027	0.013	0.013	0.03	0.166	0.021	0.007	0.007	0.007

$\mu \setminus \gamma$	0.9	0.7	0.5	0.3	0.1
0.24	Option package	Option package	Option package	Option package	All Cash
0.21	Option package	Option package	Option package	tax benefit	All Cash
0.18	Option package	Option package	Option package	tax benefit	All Cash
0.15	Option package	Option package	Option package	All Cash	All Cash
0.12	Option package	Option package	Option package	All Cash	All Cash
0.09	Option package	Option package	tax benefit	All Cash	All Cash
0.06	Option package	Option package	All Cash	All Cash	All Cash
0.03	Option package	tax benefit	All Cash	All Cash	All Cash

結論

- 在原本的資產樹模型架構，討論注資與稀釋效果，並且讓員工加入 Probability weighting後，我們的模型在**敏感性分析部分和過往文獻幾乎一致**
- 進一步推論fix CE / max firm leverage value很可能是公司發行ESO的決策方式
可以驗證
 - ESO存在的合理性
 - ESO張數隨volatility上升而增加
 - # of NQSO > # of QSO
 - 某些公司CEO拿接近0現金薪資 的現象
- 也同時能夠呼應並延伸
 - Oyer and Schaefer(2005) 提到的排序效果
 - Grasselli and Henderson(2009) 提到的履約邊界問題



THANK YOU

The illustration shows two men in business attire sitting at a dark table. The man on the right, wearing a blue suit, is smiling and holding a large white money bag with both hands. The bag has the words 'STOCK OPTIONS' and a large question mark printed on it. The man on the left, wearing a light green shirt and tie, is looking at the bag with a neutral expression. On the table are a closed book and a stack of papers. The background consists of yellow and orange diagonal stripes radiating from behind the money bag. The text 'THANK YOU' is centered in large, bold, black capital letters.